Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

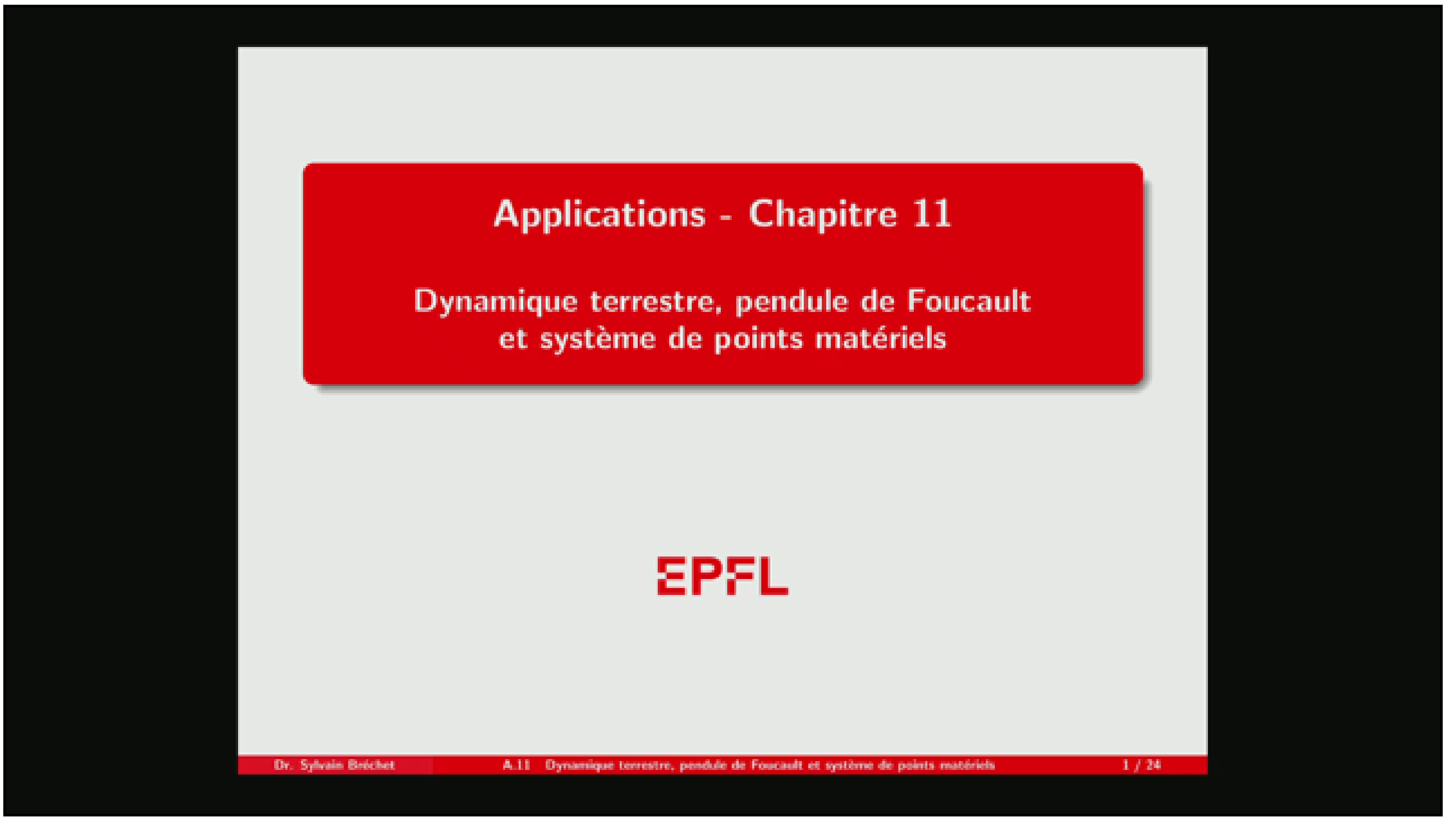
A11 - Dynamique terrestre, pendule de Foucault et système de points matérie

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Phi chapeau. Concept d'un vecteur propre. Carré de la vitesse. Vecteur du point. Termes de chapeau. Vecteur unitaire du chapeau. Équations précédentes. Première masse. Énergie cinétique. Deuxième ligne. Première matrice. Valeur propre. Vecteurs unitaires. Ligne d'une certaine longueur. Sinus de phi2.

vers la recherche de séquences vidéo
(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)

vers la vidéo

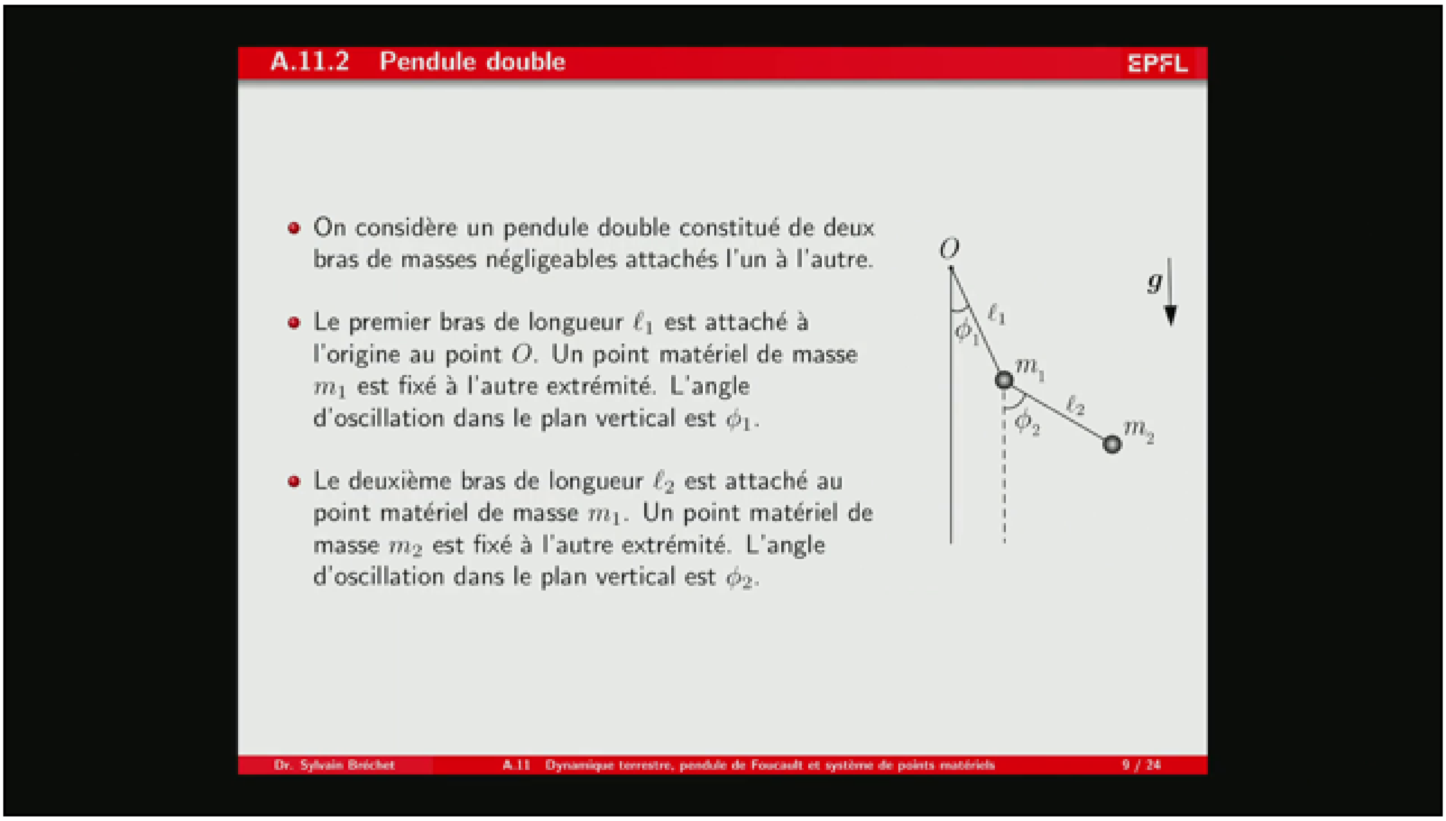


...

notes

résumé

0m 0s

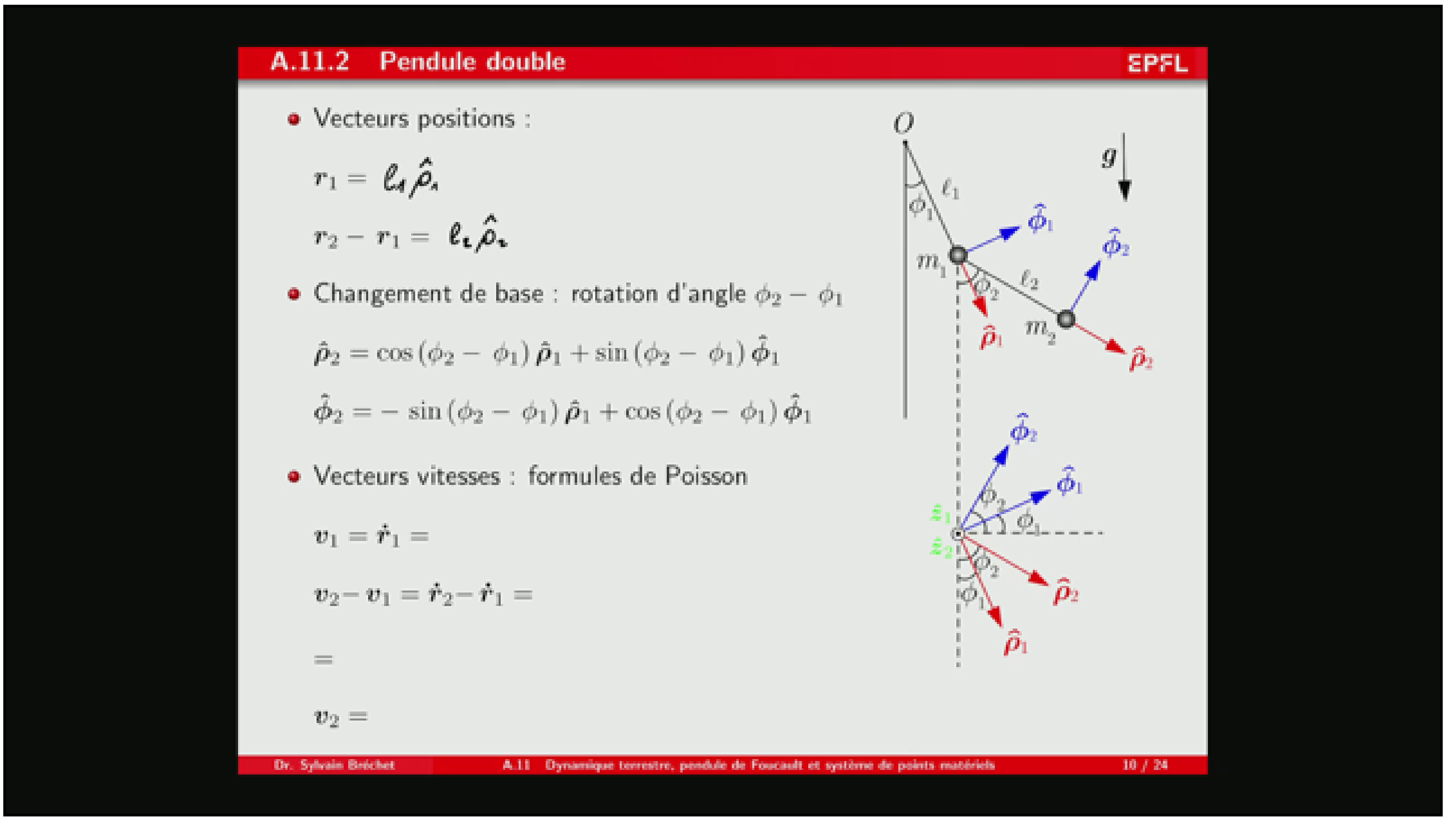


Ces sous-titres ont été générés automatiquement dans le cas de l'algèbre linéaire. Nous utiliserons le concept d'un vecteur propre et d'une valeur propre. Le concept que vous avez peut-être déjà vu dans le passé. Je sais que dans le cours de maths, vous voyez tout à la fin du semestre. Si vous ne l'avez pas encore vu, vous le verrez très bientôt. C'est un concept absolument clé. Tant mieux. Passons donc au pendule double qui se trouve à la page 8. Nous allons modéliser ce pendule contrairement aux problèmes que nous avons vus jusqu'à présent. Ce qui sera compliqué dans la modélisation du pendule que nous ferons énergétiquement C'est l'énergie cinétique qui est compliquée. L'énergie potentielle est encore assez simple.

notes

résumé

0m 1s

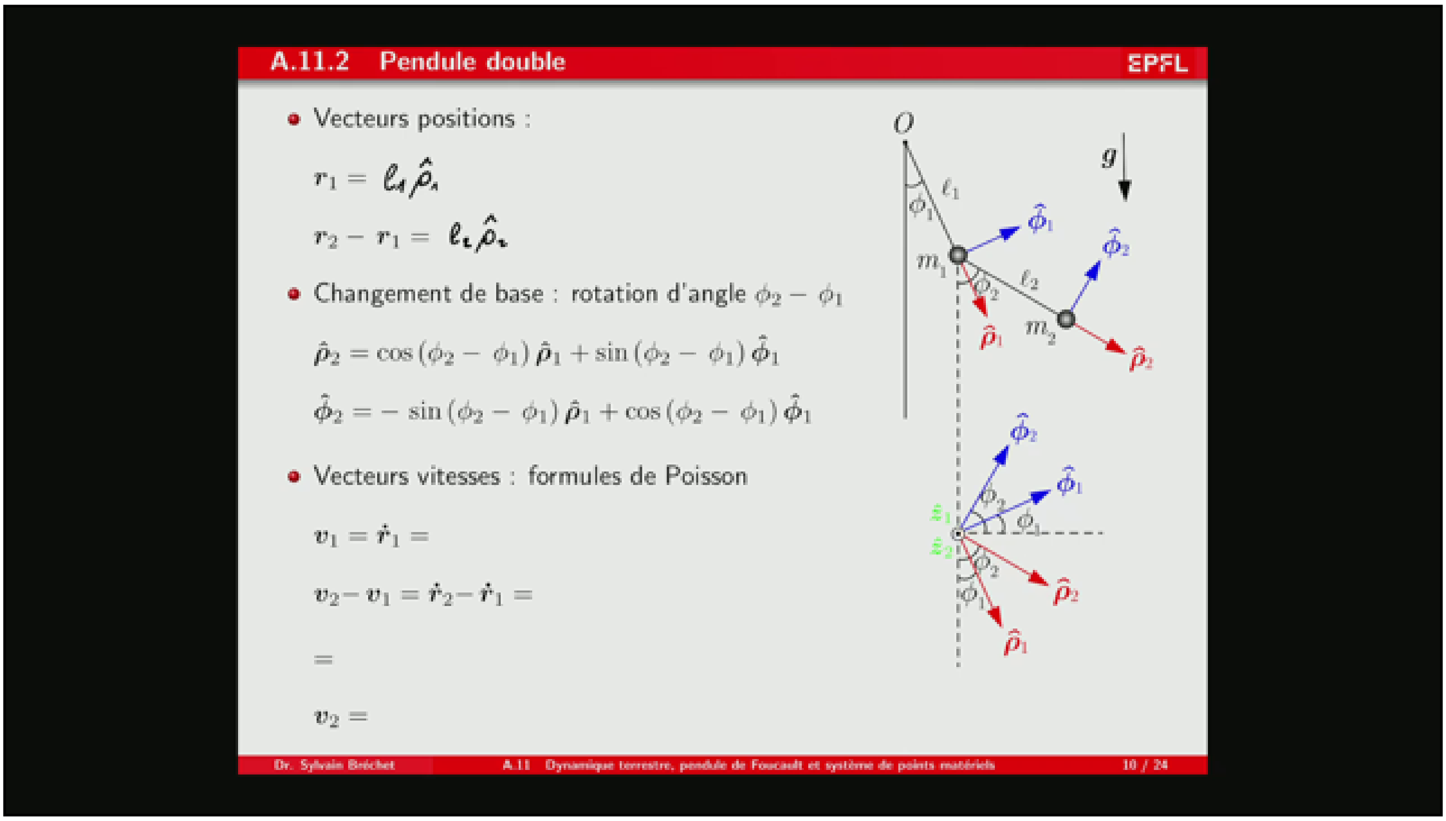


Donc, pour modéliser cela, au lieu d'avoir des bras qui sont en forme de barre, nous allons simplifier la description, apprendre quelque chose qui ressemble à ceci. Nous avons une masse attachée à une ligne d'une certaine longueur et nous attachons une deuxième ligne à la première masse et à la fin de cette ligne, nous plaçons une seconde masse et nous regardons l'évolution du système de ce double pendule. C'est ce que nous aimerions écrire. Nous nous retrouverons donc avec des longueurs constantes pour nos deux lignes, masse à priori différente, longueurs différentes aussi. Et ce qui sera important, ce sont les longueurs qui feront ces lignes par rapport à la verticale. Pour la première ligne, si ce n'est pas pour la masse m1, ce sera l'angle phi1 et pour la seconde, c'est phi2. Maintenant, ce qui sera compliqué, c'est de trouver l'énergie cinétique. Il va donc falloir être un peu délicat. Nous allons introduire deux repères polaires qui sont attachés à chaque fois à l'une des deux masses. Avec un vecteur unitaire du chapeau, ou un chapeau, ou deux chapeaux, qui sont la longueur des lignes, et des vecteurs unitaires phi chapeau, qui sont à chaque fois orthogonales. Ok? Commençons donc par la première position vectorielle de la masse m1. Cette position vectorielle à une longueur de l1, qui est la longueur de la ligne, est orienté le long du chapeau vectoriel unitaire rho1. Écrire R2 n'est pas simple. Il est plus facile de prendre r2 moins r1, ce qui correspondra au vecteur du point 1 au point 2. C'est r2 moins r1. Donc r2 moins r1 à une longueur qui correspond à la longueur de la deuxième ligne, r2, est multiplié par le deuxième vecteur radial unitaire, qui est le chapeau rho2. Ok? Maintenant, pour calculer la vitesse, le carré de la vitesse, Si nous avons des vecteurs unitaires de vecteurs différents, ils ne sont pas orthogonaux.

notes

résumé

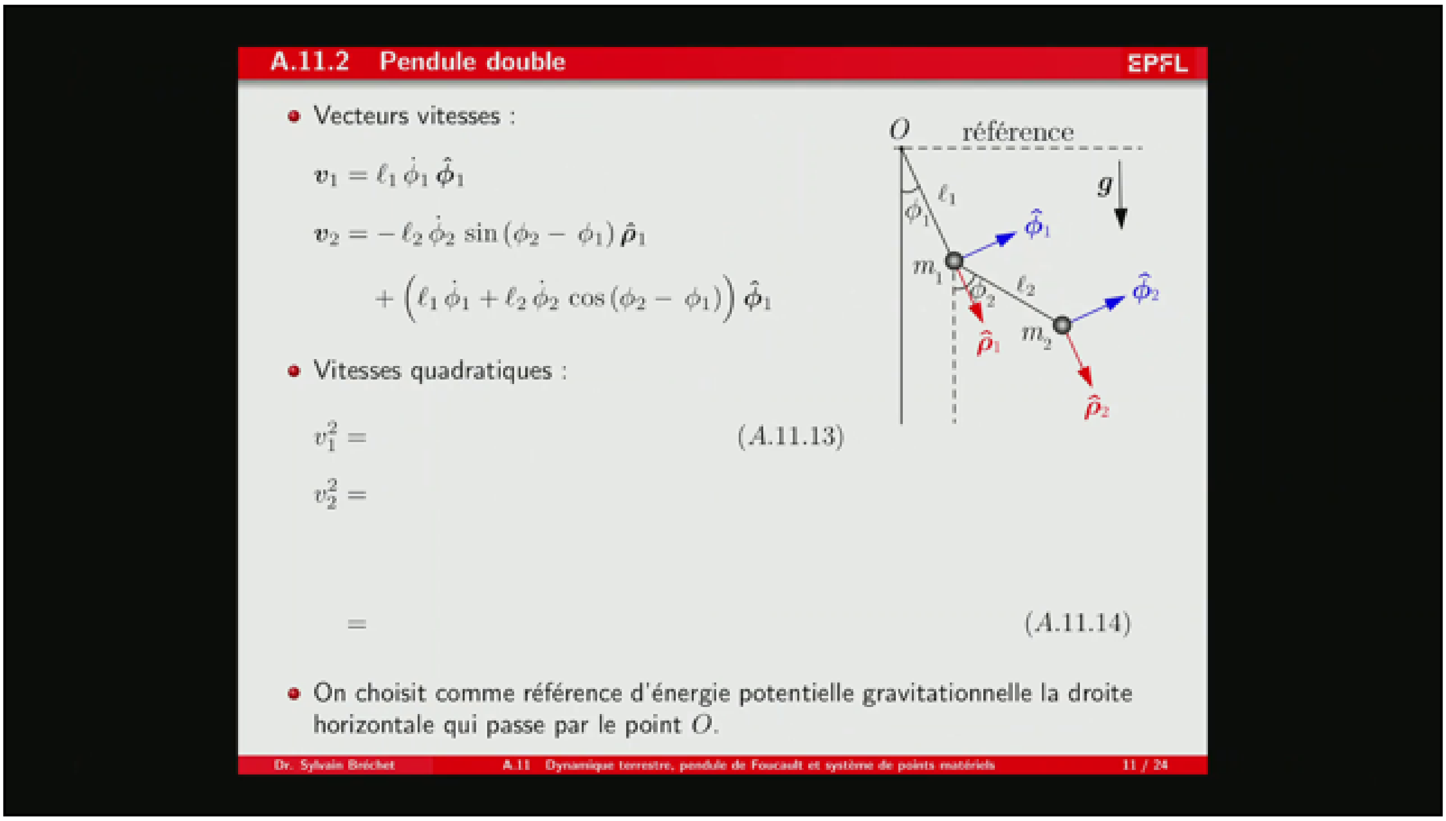
2m 11s



C'est problématique quand on calcule le produit scalaire pour élever le carré. Ce que nous aurons à faire, c'est d'exprimer tous les vecteurs unitaires selon un vecteur donné, par exemple la première. Il va falloir exprimer les vecteurs du second vecteur en fonction du premier vecteur. Donc, si nous prenons des vecteurs unitaires que nous traduisons sans changer leur norme ou leur orientation, Ce sont les mêmes vecteurs. Nous allons prendre les deux vecteurs, et nous allons les prendre à partir du même point ici. Vous avez le premier vecteur ici, et le second ici. Ok? Ok. Les vecteurs du premier vecteur, je vais les obtenir, faire un angle phi1 avec l■axe vertical et horizontal correspondent au deuxième vecteur. Pour le second vecteur, il s'agit de phi2. Donc, l'angle entre les deux vecteurs sera phi2 moins phi1, ok? Maintenant, géométriquement, nous allons établir la formule de changement de base, qui est une rotation d'un angle phi2 moins phi1. Nous projetterons ensuite les vecteurs de base du second vecteur sur le premier. Donc, nous prenons rho2, nous le projetons d'abord selon rho1,

notes

résumé

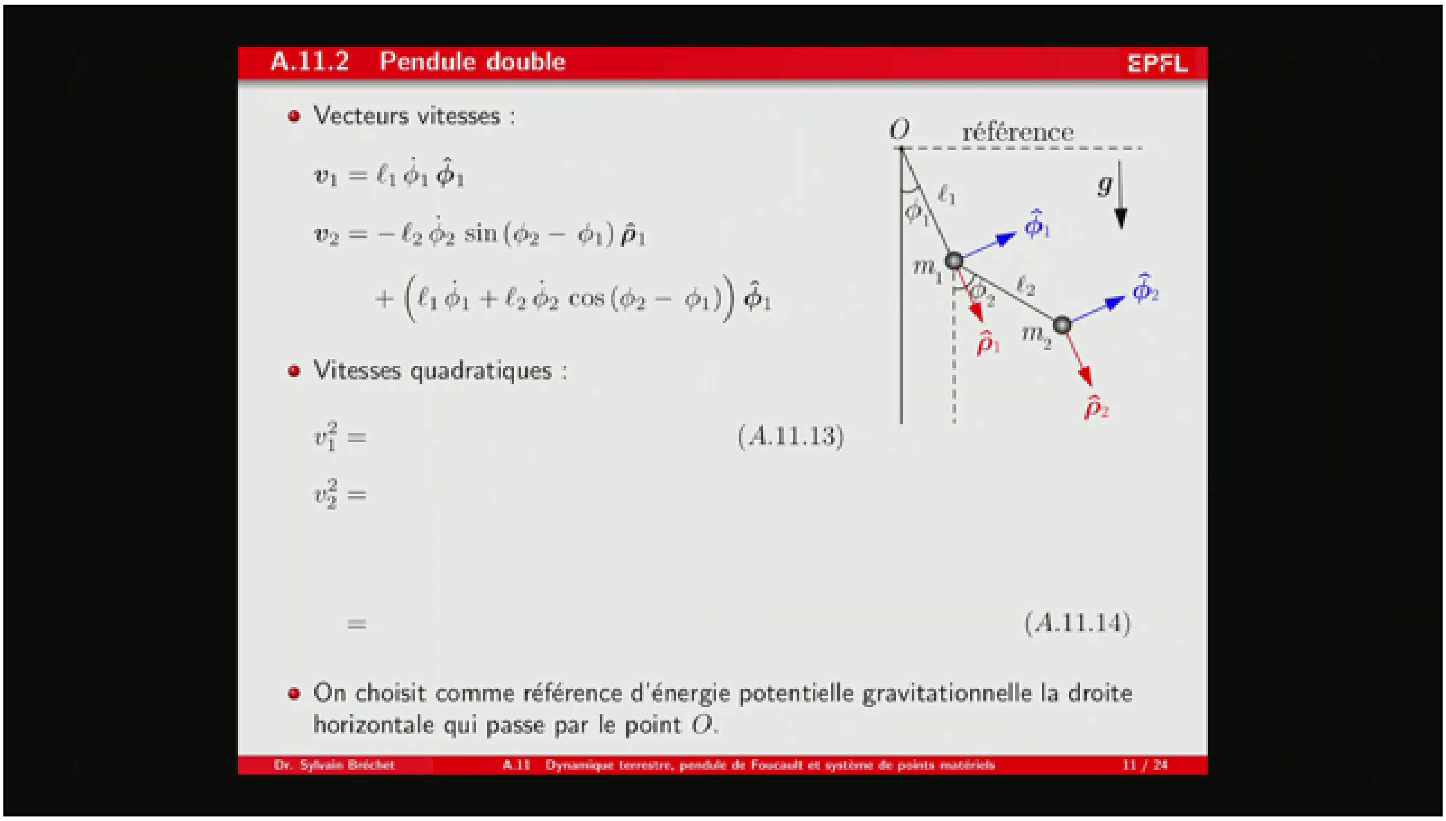


la projection sera le cosinus de la différence entre les deux angles, phi2 moins phi1, et ensuite nous le projetons selon phi1, ok? C'est vrai... Oui, selon phi2. C'est phi2 que nous projetons selon phi1, désolé. Ce qui fera que le sinus de la différence entre les deux angles sera le sinus de phi2 moins phi1. Donc, nous faisons la même chose pour phi2, que nous projetons selon rho1 en premier. Si nous projetons selon rho1, nous projeterons d'abord selon le sinus de la direction opposée, donc nous avons moins de sinus de phi2 moins phi1 fois rho1 chapeau. Ensuite, la projection selon phi1 chapeau est fait sur le ketete adjacent, l'angle et la différence entre les deux angles est phi1, Donc, nous n'aurons que le sinus de phi2 moins phi1 fois phi1 chapeau, ok? Continuons. La vitesse du premier point matériel est la dérivée temporelle de sa position. Donc, c'est L1 qui est constant, temps rho1 chapeau. Comment trouver rho1 chapeau dans la dérivée temporelle? Chapeau rho1 point. Pour trouver le point de chapeau rho1, vous devez utiliser la formule du poisson, ok? Donc, nous avons des repères polaires, on peut les rendre cylindriques en ajoutant un troisième vecteur qui sort du plan, ok? Chapeau Z1, chapeau Z2, qui seront les deux vecteurs du vecteur unitaire sortant du plan. Donc, pour trouver la dérivée temporelle de rho1 chapeau, rho1 chapeau point, vous devez prendre le vecteur vectoriel de la vitesse angulaire de rotation de la première réparation, ok? Avec le chapeau vectoriel rho1. Ce vecteur vitesse angulaire, comme la rotation se fait dans le plan d'oscillation de nos pendules, ok? Le vecteur sera orthogonal, selon le chapeau Z1. Et puis, ce vecteur de vitesse angulaire aura comme norme, ok? Ou, disons, en tant que composante verticale, en tant que composant selon cet axe, point phi1. Donc, nous allons nous retrouver avec L1 phi1 point fois Z1 chapeau, produit vectoriel

notes

résumé

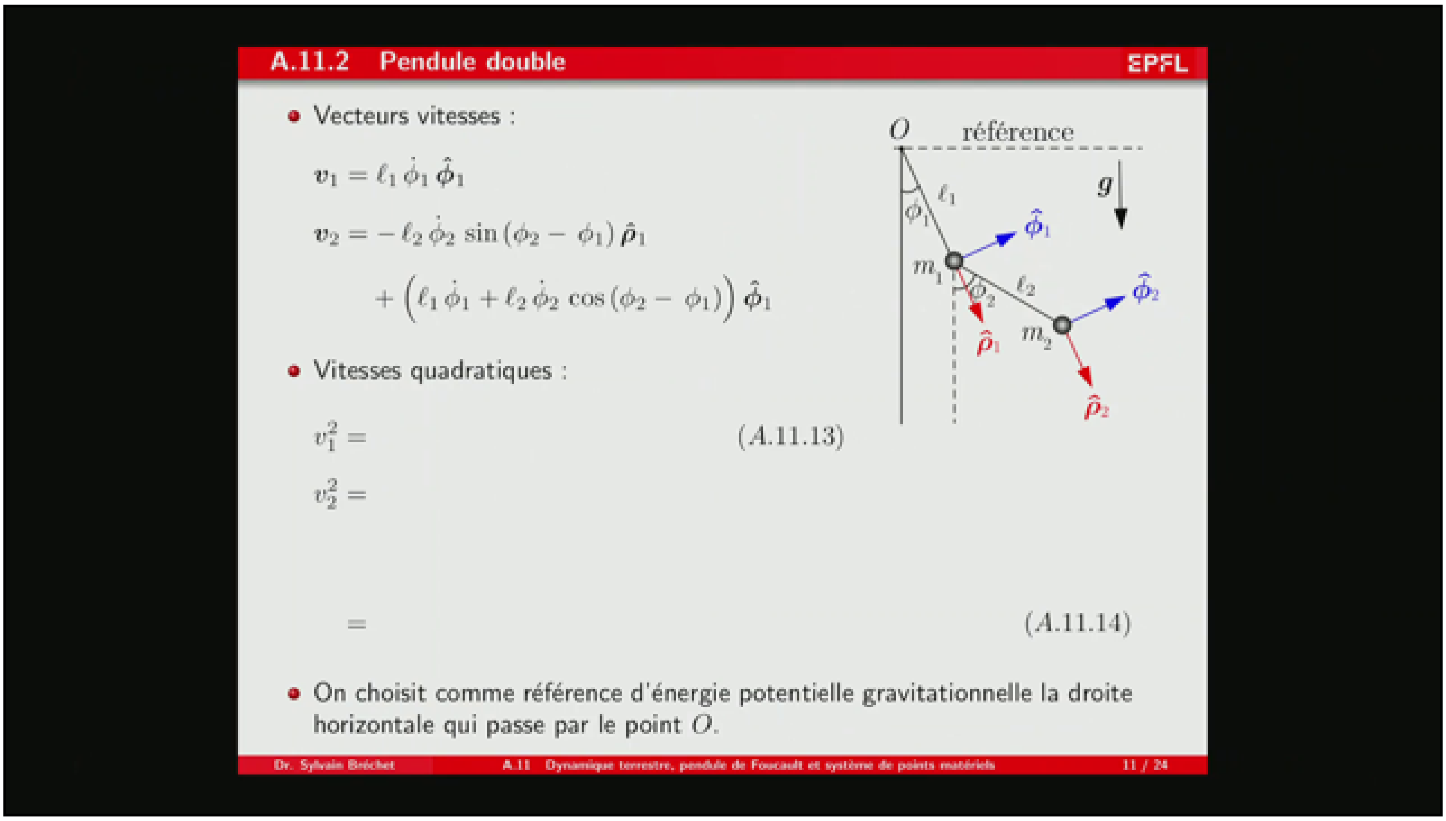
5m 25s



avec rho1 chapeau, ok? Donc, il donne L1 phi1 point. Le produit vectoriel du troisième vecteur, sera une réparation cylindrique avec la première et la seconde, fois, phi1 chapeau. Ok, faisons quelque chose de similaire pour V2 moins V1. V2 moins V1 est L2 point moins 1 point, ok? Et puis, L2 moins R1 est L2 rho2 chapeau, que nous tirons d'ailleurs, nous aurons L2 fois rho2 point chapeau. Encore une fois, nous utilisons la formule du poisson. Et nous écrivons ceci comme L2 fois le vecteur angulaire de rotation de la réparation, de la deuxième réparation, soyez prudent, qui sera phi2 points fois Z2 chapeau, qui est le même que le chapeau Z1, produit vectoriel donc, avec rho2 chapeau. Le produit vectoriel du chapeau Z2 avec le chapeau rho2 nous donnera le chapeau phi2. Donc, nous nous retrouvons avec L2 phi2 points fois phi2 chapeau. Et c'est là que nous sommes confrontés au problème que j'ai mentionné tout à l'heure. C'est-à-dire que pour V1, tout se passe bien, nous avons le vecteur uniforme de la réparation correspondante. Pour V2, c'est celui de l'autre réparation, et c'est là qu'il ne va pas. C'est là que nous devons exprimer le chapeau phi2 en termes de chapeau rho1 et de chapeau phi1, ok? C'est donc ce que nous allons faire maintenant. Nous allons réécrire cela comme L2 fois phi2 point, qui se multiplie. Moins le sinus de phi2 moins phi1 fois rho1 chapeau plus le cosinus de phi2 moins phi1 fois phi1 chapeau. Ok? Donc, ce que nous voulons, c'est V2. Nous avons V2 moins V1, mais nous avons aussi V1. Ainsi, nous serons en mesure de résumer les deux équations précédentes. a va nous donner V2, ok? Si nous résumons, nous nous retrouverons avec, tout d'abord, moins L2 phi2 point sinus de phi2 moins phi1 fois rho1 chapeau plus L1 phi1 point plus L2 phi2 point fois sinus de la différence

notes

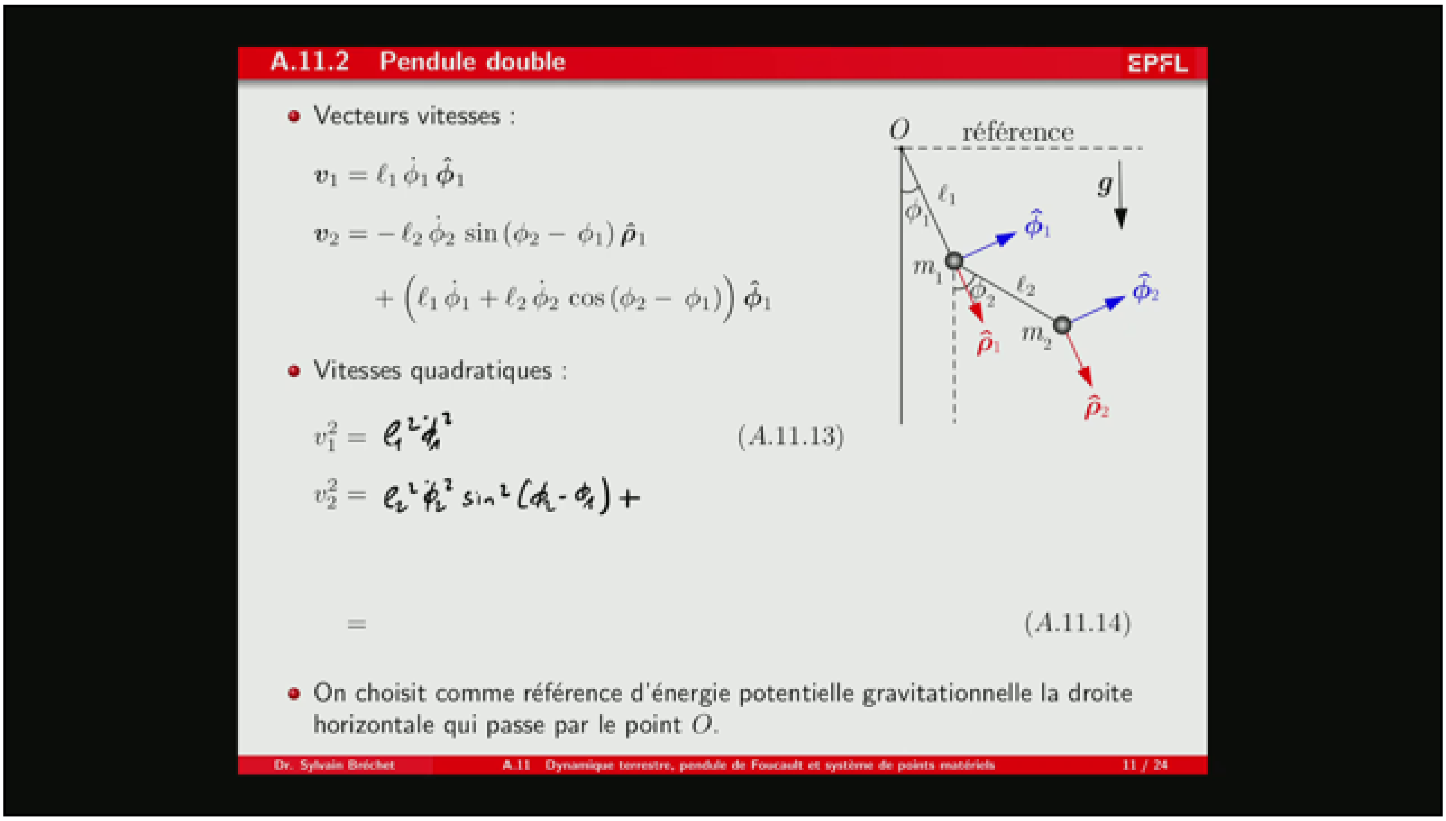
résumé



entre deux angles, phi2 moins phi1, qui multiplie phi1 chapeau. Ok? Vous pouvez déjà voir que les vitesses vectorielles ne sont pas si simples.

notes

résumé

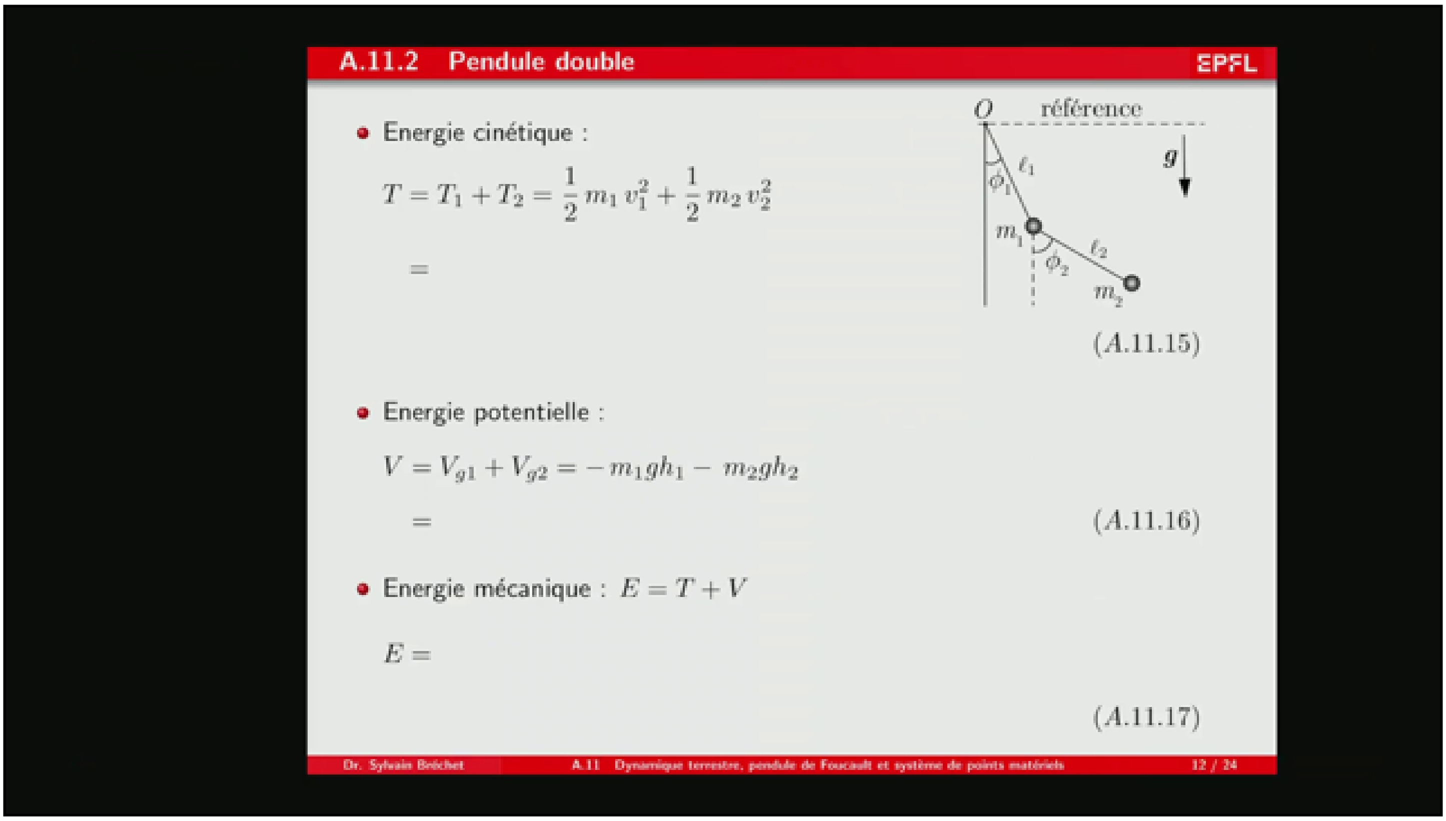


Donc, maintenant, pour trouver cette recherche, nous devons trouver l'énergie cinétique qui sera nécessaire pour élever le carré. Ok? Donc, pour V1, c'est simple. Il y a une composante. Nous élevons le composant à la place. Donc, nous aurons L1 au temps carré phi1 point au carré. Autour de la L2. Pour L2, il y a deux composants. Mais comme nous avons choisi une seule référence, nous savons que les composantes sont orthogonales. Ainsi, lorsque nous élevons le carré, nous nous retrouvons avec le carré de ces deux composants. Commençons par le premier des deux. Nous aurons L2 au carré fois phi2 point au carré, fois sinus du carré de phi2 moins phi1 plus, et maintenant nous avons le carré de la deuxième composante, qui est ici, qui est une somme de deux termes. Donc, quand nous élevons le carré, ce deuxième composant,

notes

résumé

9m 59s

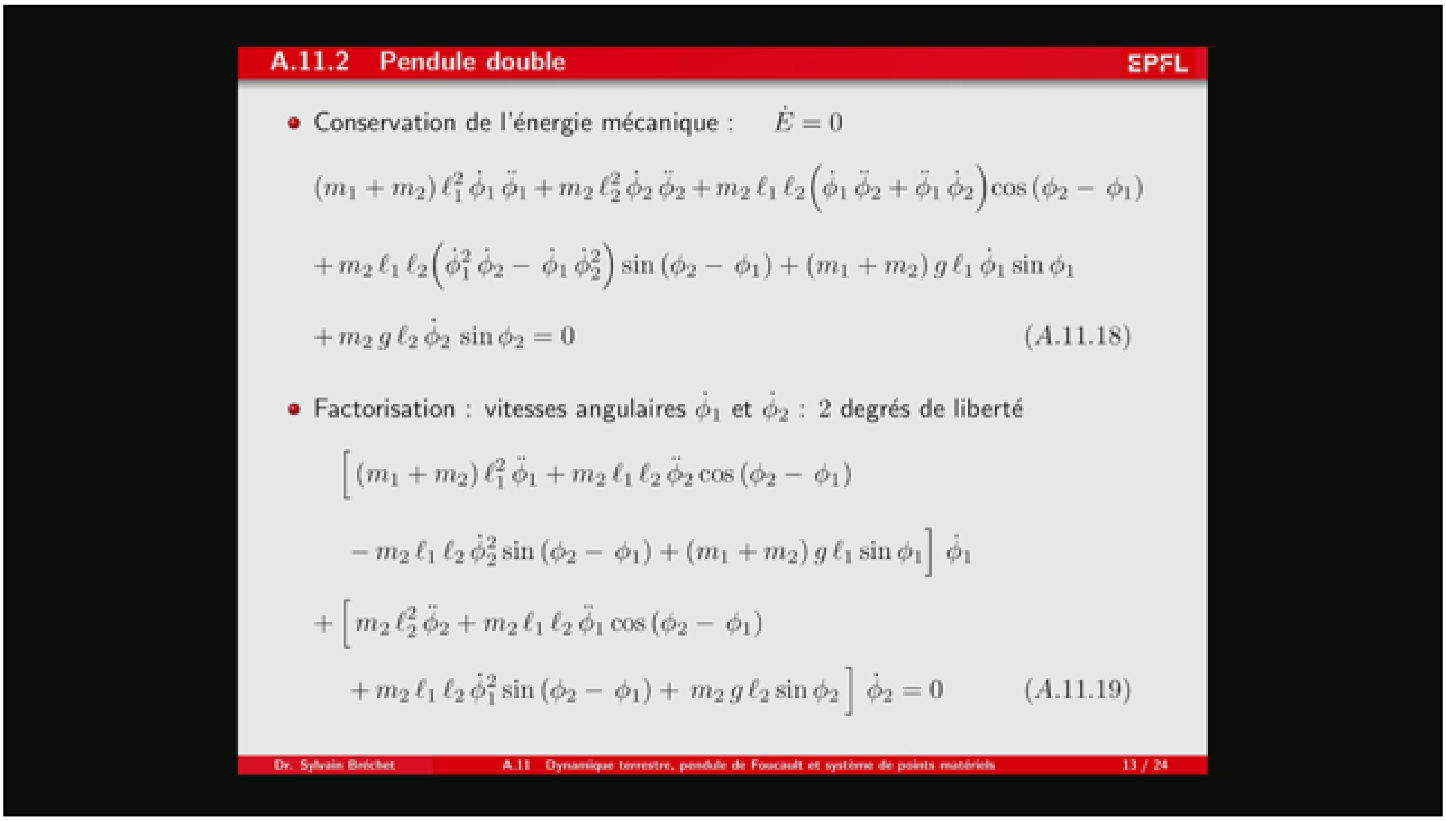


nous nous retrouverons avec le premier carré, soit L1 au carré fois phi1 point au carré, avec le deuxième carré, qui est L2 au carré de phi2 point au carré, fois le sinus du carré de phi2 moins phi1, et n'oublions pas le deuxième produit. Ce deuxième produit, qui sera 2L1 L2, phi1 point phi2, fois le cosinus du carré de phi2 moins phi1. Regardez les termes que nous avons obtenus en haut de la ligne. Nous avons deux termes, un terme carré, un terme carré, qui a les mêmes préfacteurs. Sinus du carré plus carré, c'est 1. Ainsi, lorsque nous les élevons, nous nous retrouvons avec, L1 au carré, phi1 point au carré plus L2 au carré, phi2 point au carré plus 2L1 au carré, phi1 point phi2 point cosinus de phi2 moins phi1. Maintenant que nous avons le carré des vitesses, nous serons en mesure d'obtenir l'énergie cinétique.

notes

résumé

10m 49s

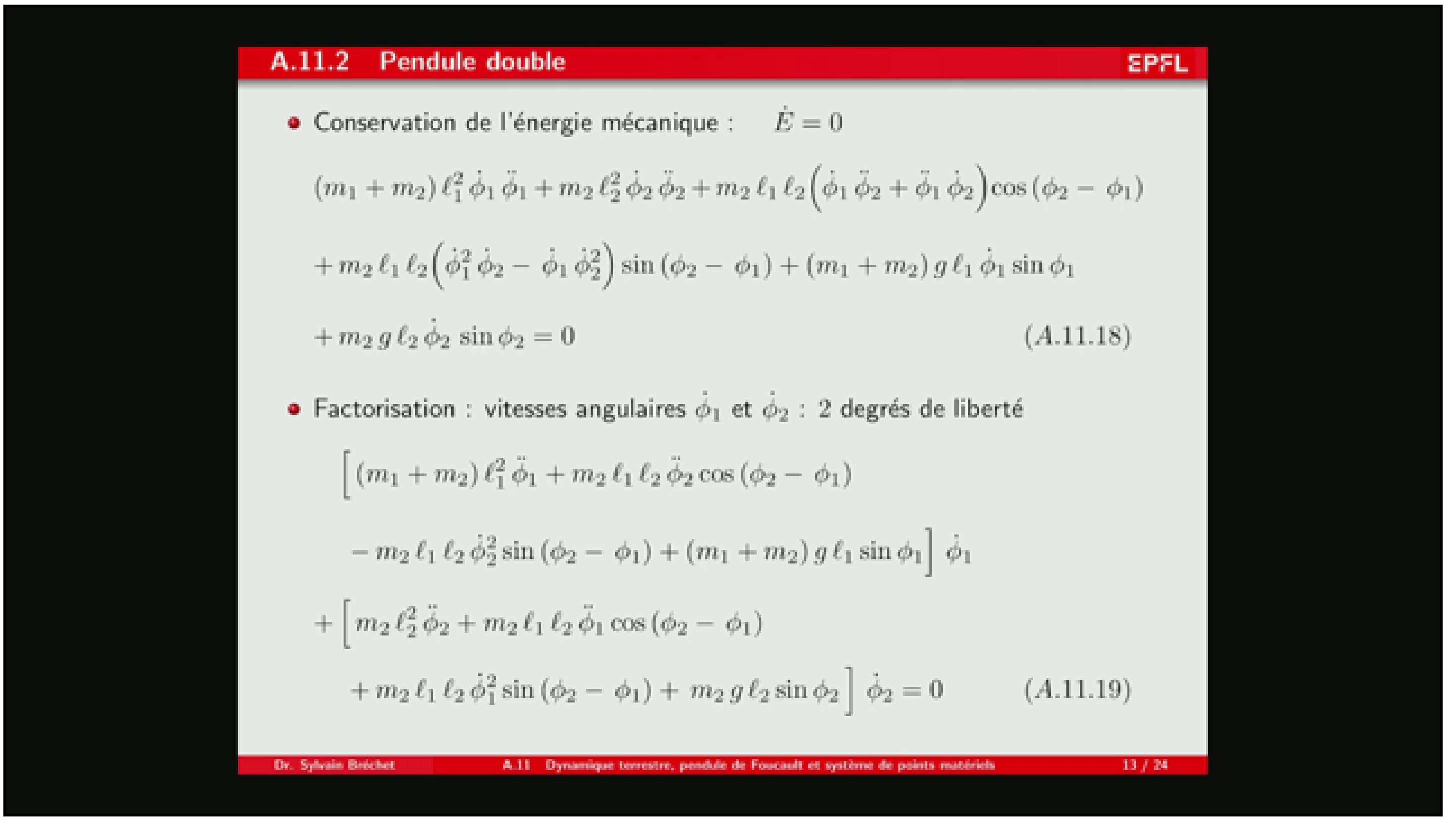


Donc, l'énergie cinétique totale T est la somme de l'énergie cinétique lié au mouvement des deux points matériels. C'est la moitié de leur masse multipliée par leur vitesse jusqu'au carré. Alors, écrivons cela grâce aux informations que nous venons d'obtenir sur le carré des vitesses. Nous aurons 1,5 de M1 fois V1 au carré, qui est L1 carré phi1 point au carré, plus 1,5 de M2 fois V2 au carré. Attention, ce qui fera un point carré L1 phi1 au carré, plus un point carré L2 phi2 au carré, plus, pour la partie liée au produit, M2, multipliée par L1 fois L2, fois phi1 points fois phi2 points fois cosinus de phi2 moins phi1. Maintenant que nous avons fini le carré, nous avons besoin d'une énergie potentielle, qui est une énergie potentielle du poids. Nous allons prendre une référence, qui est la plus simple en pratique. C'est celui qui passe par le point d'attache du fil, où il est suspendu, le fil de la première pente. Ainsi, l'énergie potentielle du poids sera négative, clairement. C'est la somme de l'énergie potentielle du poids des deux points matériels. Commençons par le premier. Tout d'abord, nous aurons moins son poids, M1g, fois la hauteur, qui correspond ici à la longueur du fil projeté selon l'axe vertical, qui sera L1 multiplié par le cosinus de phi1. Pour l'énergie potentielle du deuxième point matériel, maintenant nous allons nous retrouver avec un moins M2g fois cette hauteur, que nous obtenons ici. En projetant avec succès, le premier fil est l'axe vertical et le second est le même, avec des angles et des longueurs différents. Nous aurons L1 fois le cosinus de phi1 plus L2 fois le cosinus de phi2. Maintenant, nous avons l'énergie mécanique totale, qui est la somme de toutes ces contributions, qui est l'énergie cinétique plus l'énergie potentielle. Nous regroupons un peu les termes, et c'est très utile dans la pratique lorsque nous faisons

notes

résumé

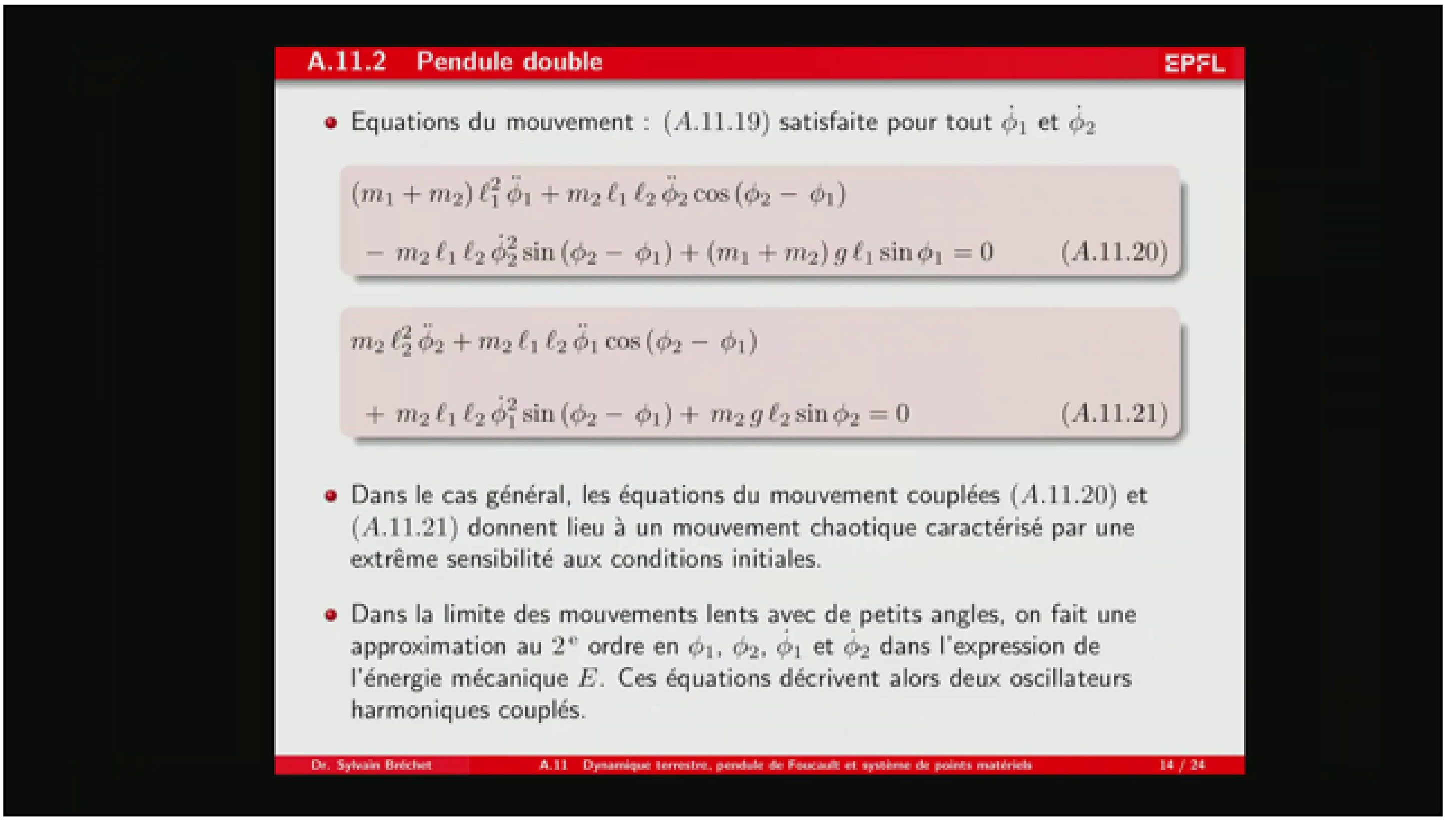
12m 3s



des calculs. Nous avons 1,5 de M1 plus M2, qui se multiplie. L1 carré fois phi1 point au carré plus 1,5 de M2 L2 carré fois phi2 point au carré plus les deux produits, qui seront M2 L1 L2 fois phi1 point à phi2 point fois cosinus de phi2 moins phi1. Pour la partie énergie, qui est pour l'énergie potentielle, nous nous retrouverons avec un moins M1 plus M2, la somme des masses, fois G fois L1 fois cosinus de phi1 moins M2G fois L2 fois cosinus de phi2. Comment déterminer le mouvement des deux pendules? Nous savons que l'énergie mécanique est constante, Donc, ce que nous devrions faire est de dériver tous les termes par rapport au temps. Sachant que tous les angles sont fonction du temps et que tous les autres termes sont constants. Lorsque les angles apparaissent dans un argument, nous devons évidemment les dériver par rapport au temps, C'est la dérivée interne. Donc, rappelez-vous, quand nous tirons, par rapport au temps, une énergie que nous avons 1 degré de la liberté, c'est un angle, par exemple, si nous prenons, imaginons que c'est un angle, thêta, par exemple, nous dérivons par rapport au temps et nous mettons, évidemment, un point thêta.

notes

résumé

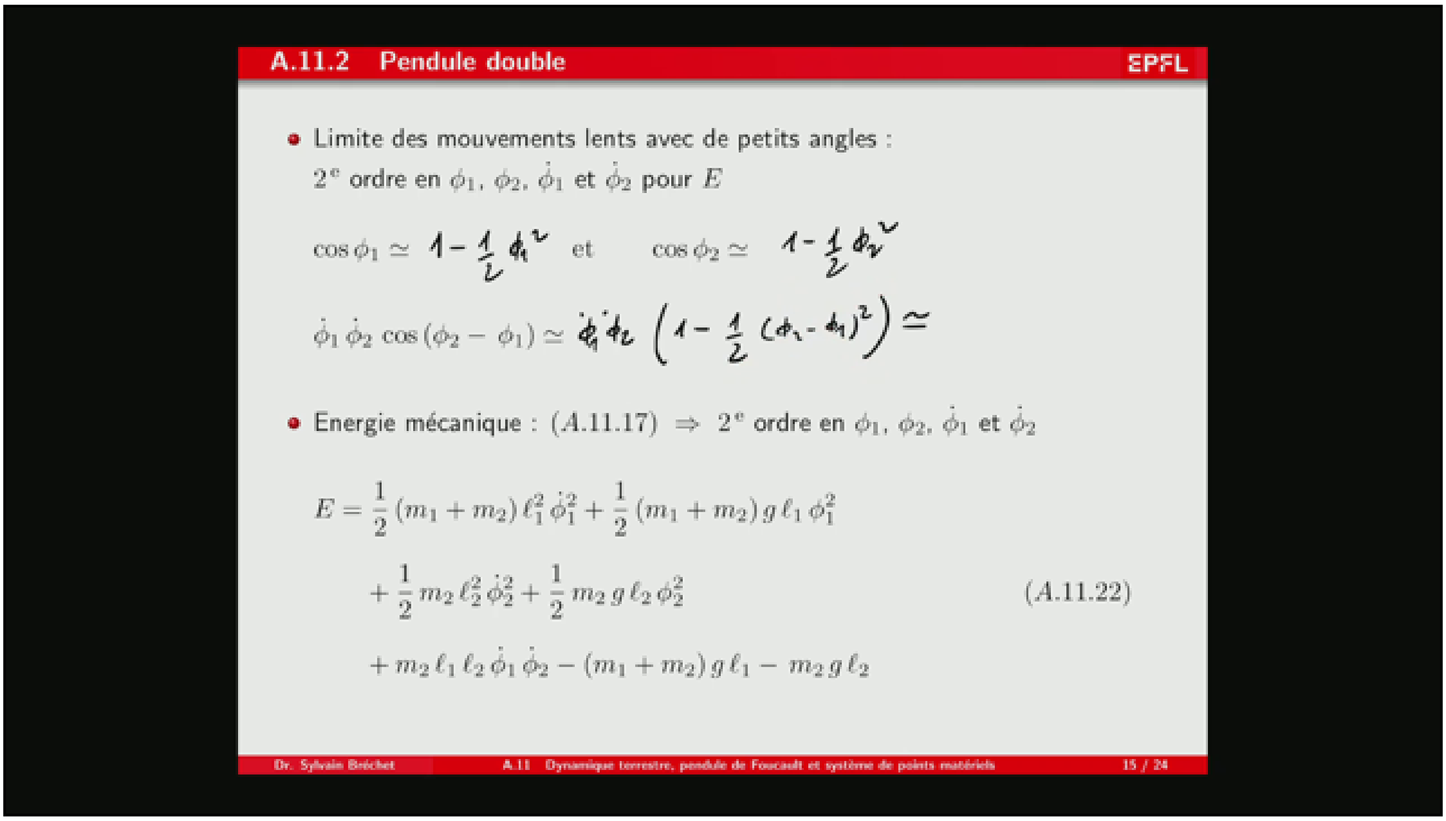


Nous avons donc ici deux angles. Donc, nous allons mettre, évidemment, un point phi 1 et un point phi 2 et l'équation doit être vraie, quelle que soit la valeur de l'angle l'habitude des deux pendules, donc phi 1 point et phi 2 point, ce qui signifie que les termes multipliés, phi 1 point et phi 2 point, doivent être annulés. Donc, les termes ici entre crochet sont null, les termes entre crochet ici sont null

notes

résumé

16m 13s



notes

résumé

16m 44s

A.11.2 Pendule double

EPFL

- Limite des mouvements lents avec de petits angles :
  2^{e} ordre en ϕ_1, ϕ_2, $\dot{\phi}_1$ et $\dot{\phi}_2$ pour E

$$\cos\phi_1 \simeq 1 - \frac{1}{2}\phi_1^2 \quad \text{et} \quad \cos\phi_2 \simeq 1 - \frac{1}{2}\phi_2^2$$

$$\dot{\phi}_1\,\dot{\phi}_2\,\cos\left(\phi_2 - \phi_1\right) \simeq \dot{\phi}_1\dot{\phi}_2\left(1 - \frac{1}{2}(\phi_2 - \phi_1)^2\right) \simeq$$

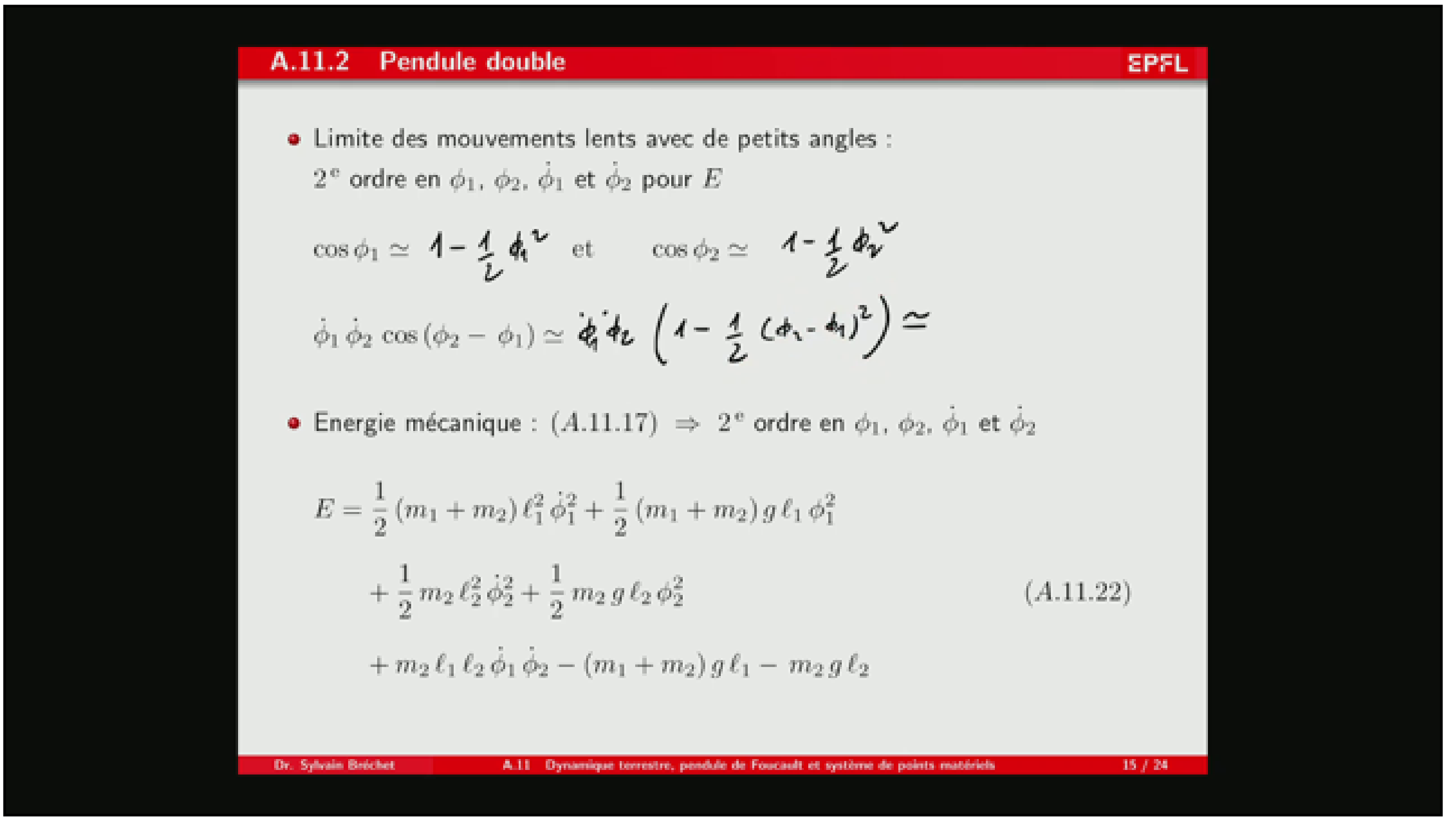
- Energie mécanique : $(A.11.17) \;\Rightarrow\; 2^{\text{e}}$ ordre en ϕ_1, ϕ_2, $\dot{\phi}_1$ et $\dot{\phi}_2$

$$\begin{aligned} E = {} & \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right)\ell_1^2\,\dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right)g\,\ell_1\,\phi_1^2 \\ & + \frac{1}{2}\,m_2\,\ell_2^2\,\dot{\phi}_2^2 + \frac{1}{2}\,m_2\,g\,\ell_2\,\phi_2^2 \\ & + m_2\,\ell_1\,\ell_2\,\dot{\phi}_1\,\dot{\phi}_2 - \left(m_1 + m_2\right)g\,\ell_1 - m_2\,g\,\ell_2 \end{aligned} \qquad (A.11.22)$$

Dr. Sylvain Bréchet A.11 Dynamique terrestre, pendule de Foucault et système de points matériels 15 / 24

notes

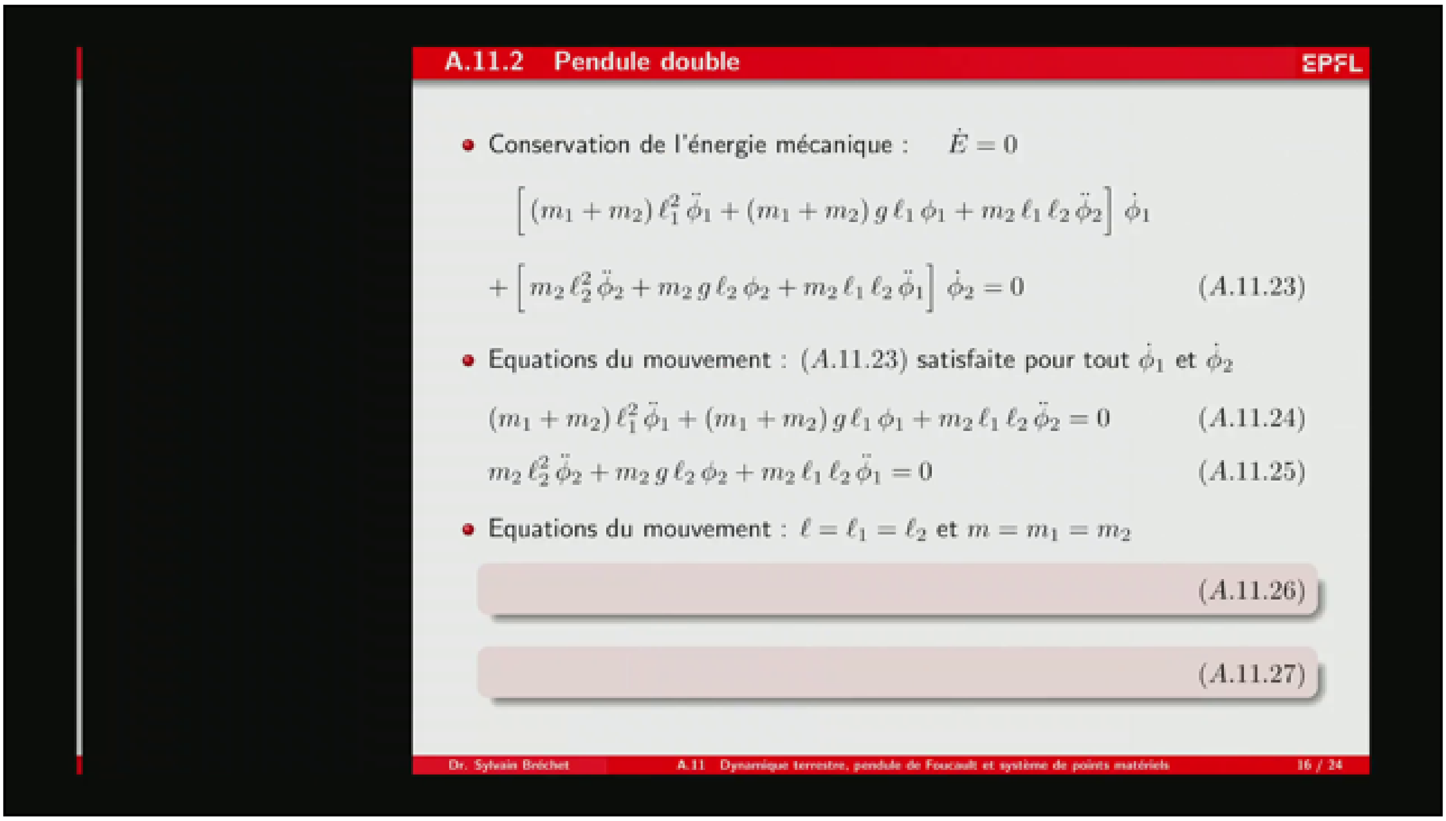
résumé



limité au premier ordre de phi 1 du cosinus de phi 1, nous avons 1 moins 1,5 de phi 1 au carré. C'est pour le développement du second ordre. Pour phi 2, nous aurons 1 moins 1,5 de phi 2 au carré. Et pour phi 1. phi 2. cos de phi 2 moins phi 1, nous nous retrouverons avec phi 1. phi 2. qui multiplie 1 moins 1,5 de phi 2 moins phi 1 élevé au carré. Seulement ici. Si phi 1 et phi 2 sont petits, phi 1. et phi 2. sont aussi. Okay? Alors phi 1. phi 2. est déjà un terme de Deuxième ordre. Le phi 1, ou phi 2 moins phi 1 au carré qui apparaît ici est également un deuxième ordre, 2 fois 2. Ou 2 plus 2, disons. Dans ce cas, 2 plus 2 est 4. Okay?

notes

résumé

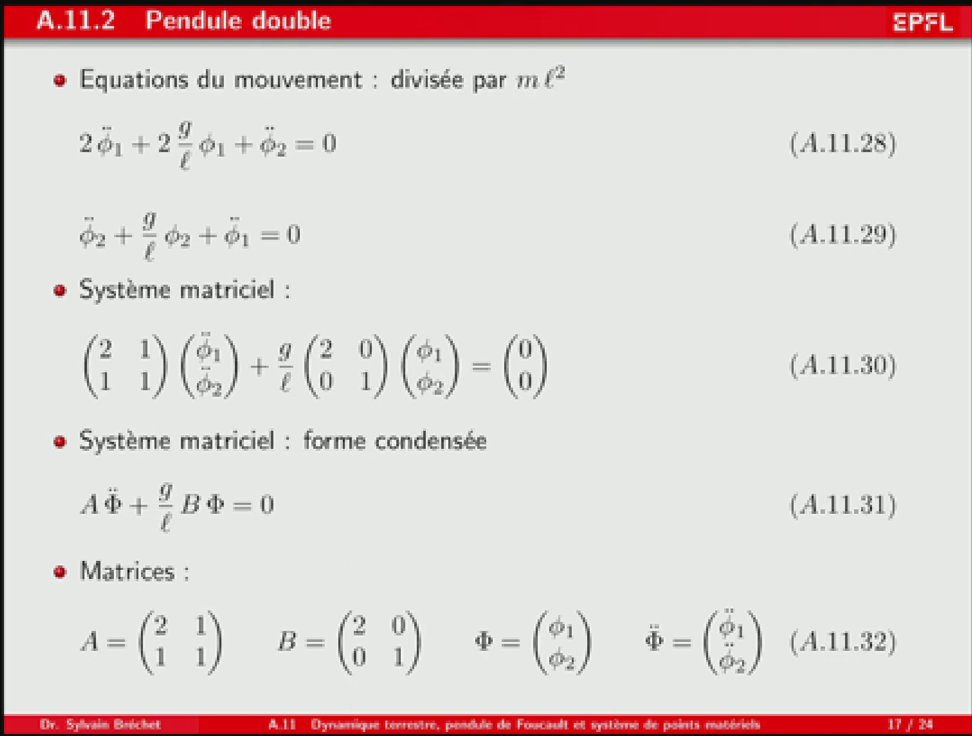


C'est un terme du quatrième ordre. Nous allons donc négliger ce terme. Et ce qui restera est phi 1. fois phi 2. Très bien. Gardez à l'esprit ces approximations. Nous écrivons dans le limite du deuxième ordre de notre énergie mécanique. Vous voyez que nous avons à chaque fois carrés qui apparaissent. Okay? Et puis nous avons des termes constants qui sont complètement inintéressant parce que lorsque nous en tirons, par rapport au temps, ils disparaissent. Okay? Les termes constants viennent du cos de phi écrit de cette façon. Alors maintenant, si nous tirons, par rapport au temps, cette énergie mécanique en disant qu'elle est

notes

résumé

21m 37s

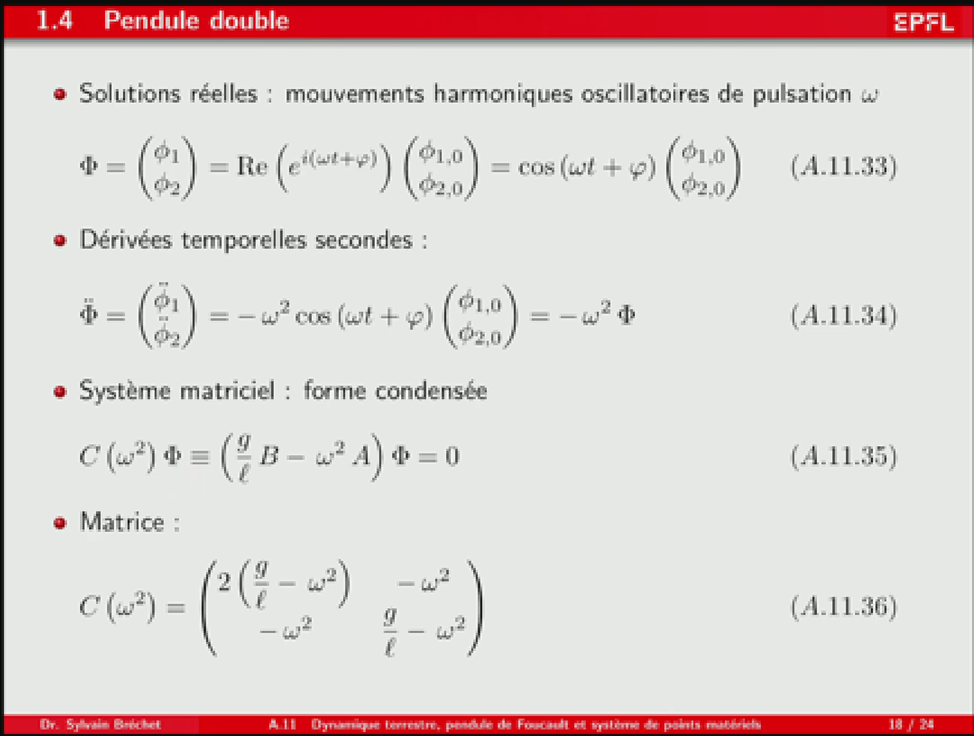


zéro, nous pouvons le factoriser par phi 1. et phi 2. et le mettre sous cette forme. Okay? Cette équation doit être satisfaite, quel que soit phi 1. et phi 2. Donc les termes ici entre les deux colonnes doit être nulle, ce qui nous donne nos deux équations de la mouvement. Okay? Et maintenant, nous allons faire un lien avec l'algèbre. Pour être clair, de sorte qu'il est un peu plus simple, en général, mais le principe lui-même, nous allons Supposons que les points matériels aient la même masse. M1 est égal à m2. Que le Les longueurs des pendules sont les mêmes. M1 est égal à m2. Dans ce cas, la Une première équation du mouvement, celle-ci, sera alors réduite à 2m L carré phi 1. plus 2mg L phi 1 plus m L carré phi 2. qui est égal à zéro. Quand est-ce la première Équation? Pour la deuxième équation, celle-ci, que trouvons-nous? Eh bien, nous allons trouver m L carré phi 2. plus mgl phi 2 plus m2, non, là, les deux sont trop, plus m L carré phi 2. qui est égal à zéro. Okay? Qu'est-ce qu'on fait maintenant? Oui? Désolée? Il y a une ligne, attendez, quand je les réécris, oui, donc finalement c'est un Line, merci beaucoup. En effet, c'est une ligne. Qu'est-ce qu'on fait maintenant? Nous disparaissons en masse. Et en plus, par L square. Okay? Donc, si nous faisons cela, nous tombons sur les équations que vous voyez ici.

notes

résumé

22m 7s



A quoi ressemblent ces équations? On dirait, curieusement, oscillateurs harmoniques pour les angles phi 1 et phi 2. Mais attention, il y a un terme, comme dans les oscillateurs harmoniques forcés, qui est un terme de couplage de l'autre pendule. Okay? Le pendule interagit. Que pouvons-nous faire lorsque nous avons un tel système? On peut l'écrire de façon matricielle et c'est ce qu'on va faire. Okay? Nous avons donc une première matrice qui multiplie un vecteur dont les composantes sont phi 1. Avec phi 2. Nous avons un G dessus avec une deuxième matrice qui multiplie un Un vecteur dont les composantes sont phi 1 et phi 2. Donc, si vous voulez, nos deux angles, nous Écrivez-le comme un seul vecteur. Nous avons le vecteur avec nos deux angles et son dérivé secondaire temporaire. Nous allons l'appeler phi-majuscul. Donc la structure Nous obtenons ensuite, nous avons une matrice A fois phi-majuscul.point. plus G sur elle fois a matrice B fois phi qui est égale à zéro. Voici notre matrice, voici notre vecteurs. Okay? Et c'est le système matriciel que nous aimerions résoudre maintenant. Alors je pourrais m'arrêter ici un instant. Est-ce que vous êtes d'accord que si la matrice A est inversible, qui est multiplié par l'opposé de la matrice A, on peut écrire rapport de proportionnalité entre le vecteur phi-point-point et le vecteur phi? Okay? C'est-à-dire que nous nous trouvons avec une structure d'oscillateur harmonique. Et donc ce que nous allons voir, c'est que le vecteur phi dont les composantes sont phi 1 et phi 2 va être lié à sa valeur initiale dans les composantes de phi 1 0 et phi 2 0 à travers une évolution qui va faire intervenir un cosinus. Donc, écrit d'une manière complexe, c'est l'exponentielle de i oméga t plus phi. Okay? Alors allons-y. C'est un cosinus. Okay? Pourquoi? Parce que si nous dérivons deux fois la valeur de ce vecteur, nous dérivons

notes

résumé

24m 6s

1.4 Pendule double

EPFL

- Solutions réelles : mouvements harmoniques oscillatoires de pulsation ω

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \mathrm{Re}\left(e^{i(\omega t + \varphi)}\right) \begin{pmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{2,0} \end{pmatrix} = \cos\left(\omega t + \varphi\right) \begin{pmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{2,0} \end{pmatrix} \qquad (A.11.33)$$

- Dérivées temporelles secondes :

$$\ddot{\Phi} = \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{pmatrix} = -\,\omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi\right) \begin{pmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{2,0} \end{pmatrix} = -\,\omega^2\,\Phi \qquad (A.11.34)$$

- Système matriciel : forme condensée

$$C\left(\omega^2\right)\Phi \equiv \left(\frac{g}{\ell}\,B - \omega^2\,A\right)\Phi = 0 \qquad (A.11.35)$$

- Matrice :

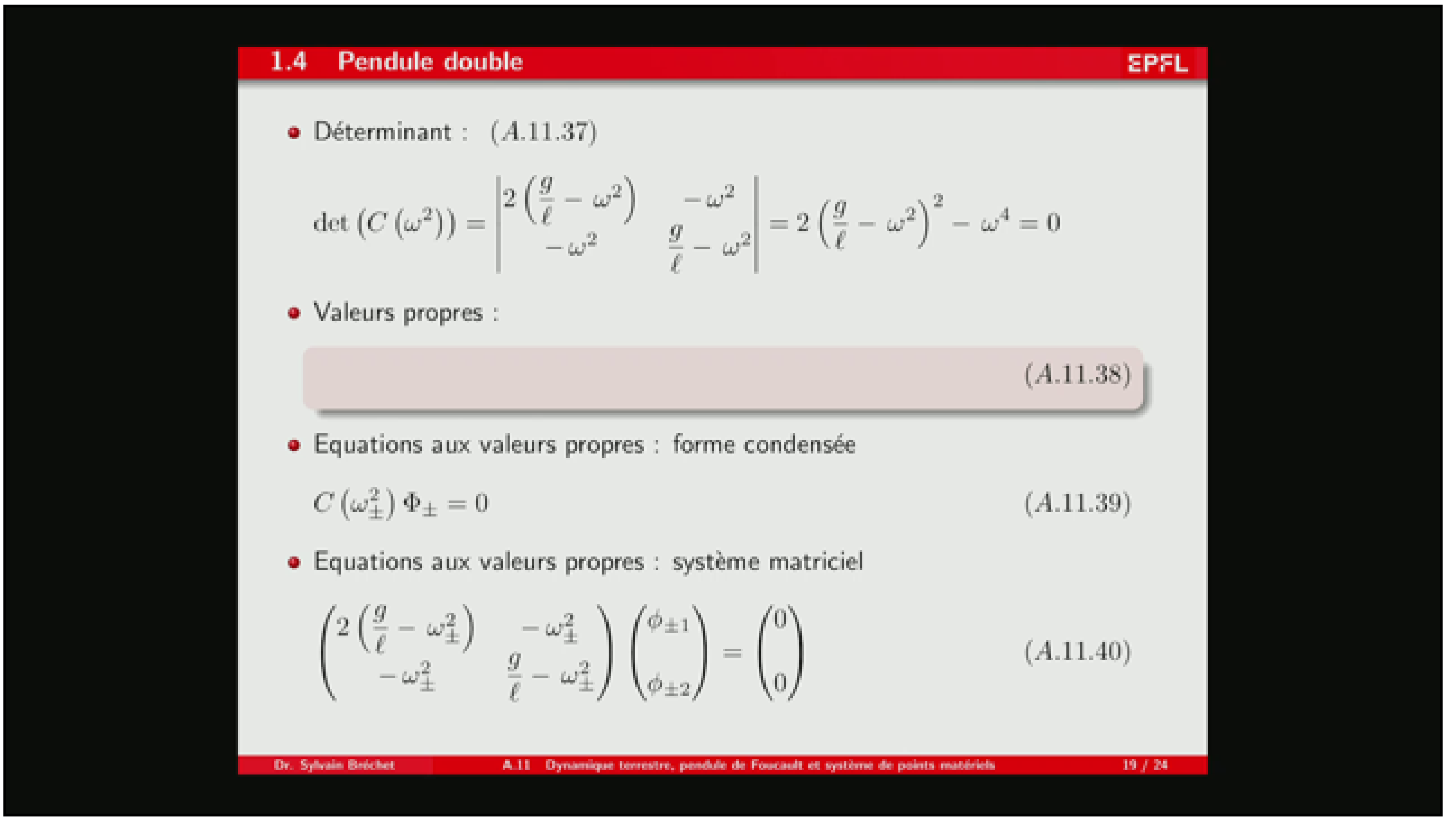
$$C\left(\omega^2\right) = \begin{pmatrix} 2\left(\frac{g}{\ell} - \omega^2\right) & -\,\omega^2 \\ -\,\omega^2 & \frac{g}{\ell} - \omega^2 \end{pmatrix} \qquad (A.11.36)$$

Dr. Sylvain Bréchet — A.11 Dynamique terrestre, pendule de Foucault et système de points matériels — 18 / 24

par rapport à la forme en cosinus de l'oméga t plus phi 2 fois par rapport au temps, ce qui va faire un méga-transport fois la forme cosinus. La dérivée seconde est proportionnelle au vecteur. C'est exactement la structure abstraite de l'équation A1131. Si nous multiplions à l'opposé de la matrice A, on a alors phi-point-point qui est égal à moins G sur L moins 1B qui se multiplie et G sur L moins 1B qui se multiplie est C’est précisément le moins méga-porteur qui se multiplie. Okay? Voici donc la structure que nous allons trouver ici. Nous avons G sur LB moins oméga-transport A fois phi qui correspond à une matrice qui dépend d'un oméga-porteur qui agit sur phi. Okay?

notes

résumé

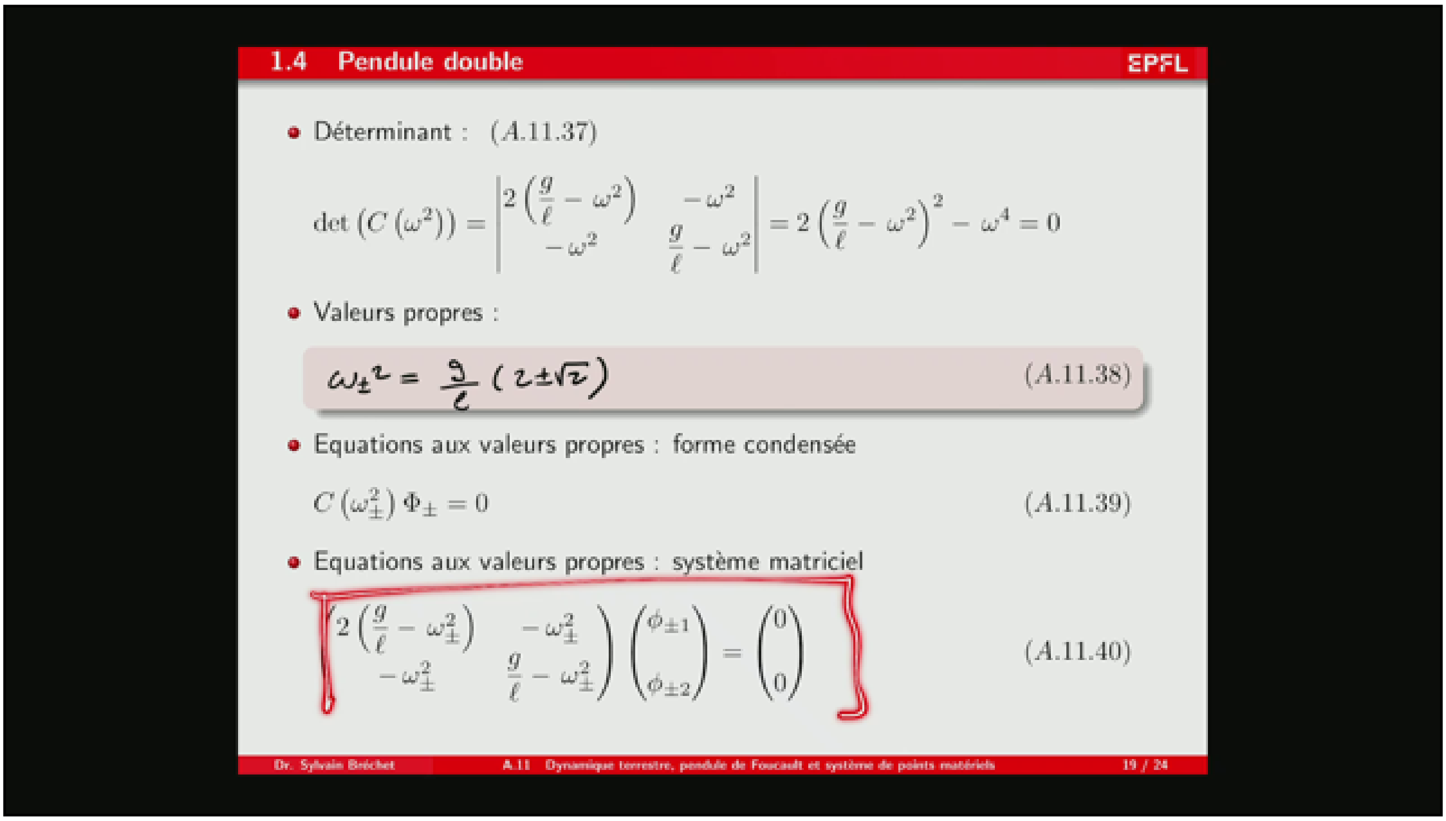


Donc, si nous prenons A donné par des nombres, B donné par des nombres que nous remplaçons et Consommer, la matrice C qui dépend du mega-porteur dans la forme que vous voyez ici. Okay? Donc, si vous avez une application linéaire qui agit sur un vecteur et que le résultat est nul, que pouvez-vous dire sur le déterminant de l'application linéaire? Il est

notes

résumé

27m 1s

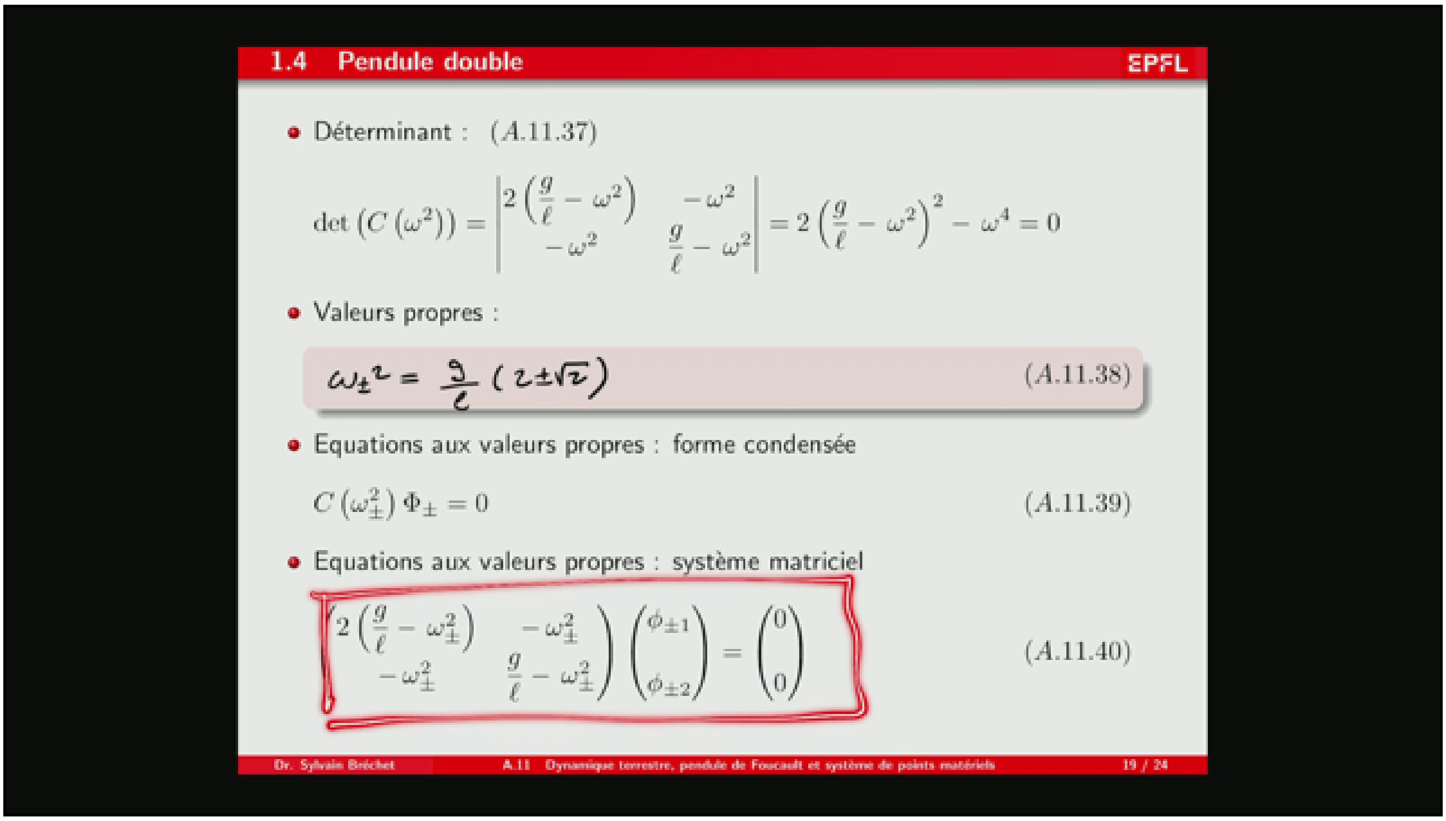


null. Okay? Très bien. Alors écrivez ceci. Le déterminant de cette application linéaire de cette matrice est nulle. Le déterminant est le produit des termes diagonaux, Je suis le produit du terme, pas la diagonale pour une matrice de 2. Okay? Voici le écrit de ceci. C'est égal à zéro. Donc, il nous donne une équation méga-portée. Nous pouvons chercher les solutions de cette équation. Il y en a deux. Ces valeurs, ces solutions qui sont, soit dit en passant, des valeurs propres, sont les mégas plus ou moins carré. Donc, si nous calculons que nous appliquons simplement la solution de l'équation deuxième ordre dans la variable B omega-carry, on trouvera G sur L qui se multiplie 2 plus ou moins la racine de 2. Okay? Nous avons trouvé les fréquences propres. Eh bien, maintenant ce que nous voulons, ce sont les vecteurs propres. Alors qu'est-ce qu'on fait? Nous prenons la fréquences propres que nous introduisons dans notre structure et nous savons que si cas, ok, cette matrice C fois les vecteurs propres doit être égale à zéro. Pourquoi? Parce qu'en réalité, dans cette situation, la matrice C moins oméga-porter fois le identité est égale, eh bien, le vecteur propre est égal à la valeur propre qui multiplie le vecteur propre, la valeur propre ou les valeurs propres étant des oméga-transport plus ou moins. Okay? Donc ce système d'équations qui résulte de la

notes

résumé

27m 33s

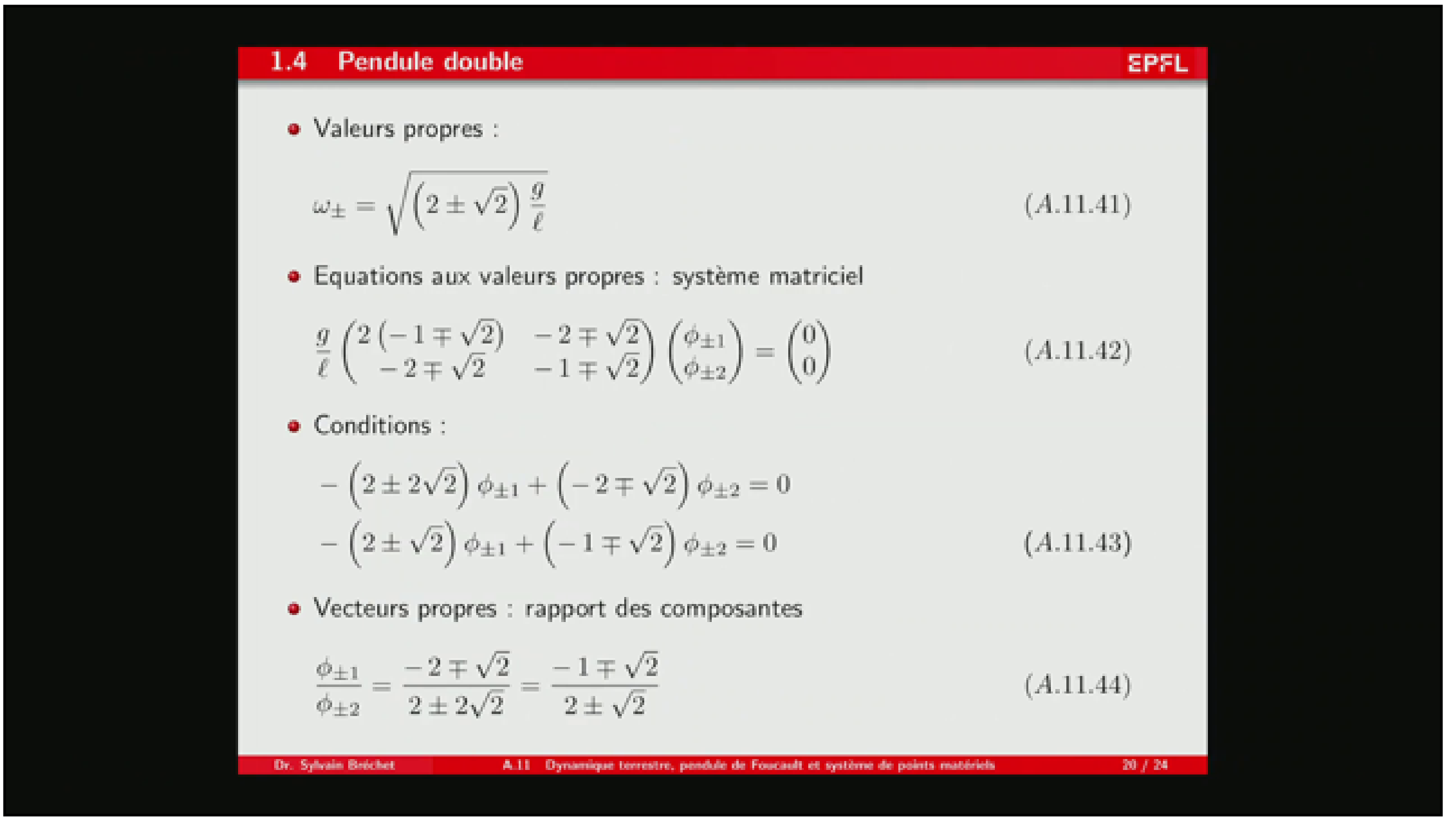


Un système matriciel nous permettra de trouver le rapport des vecteurs propres. Lorsque vous

notes

résumé

29m 1s

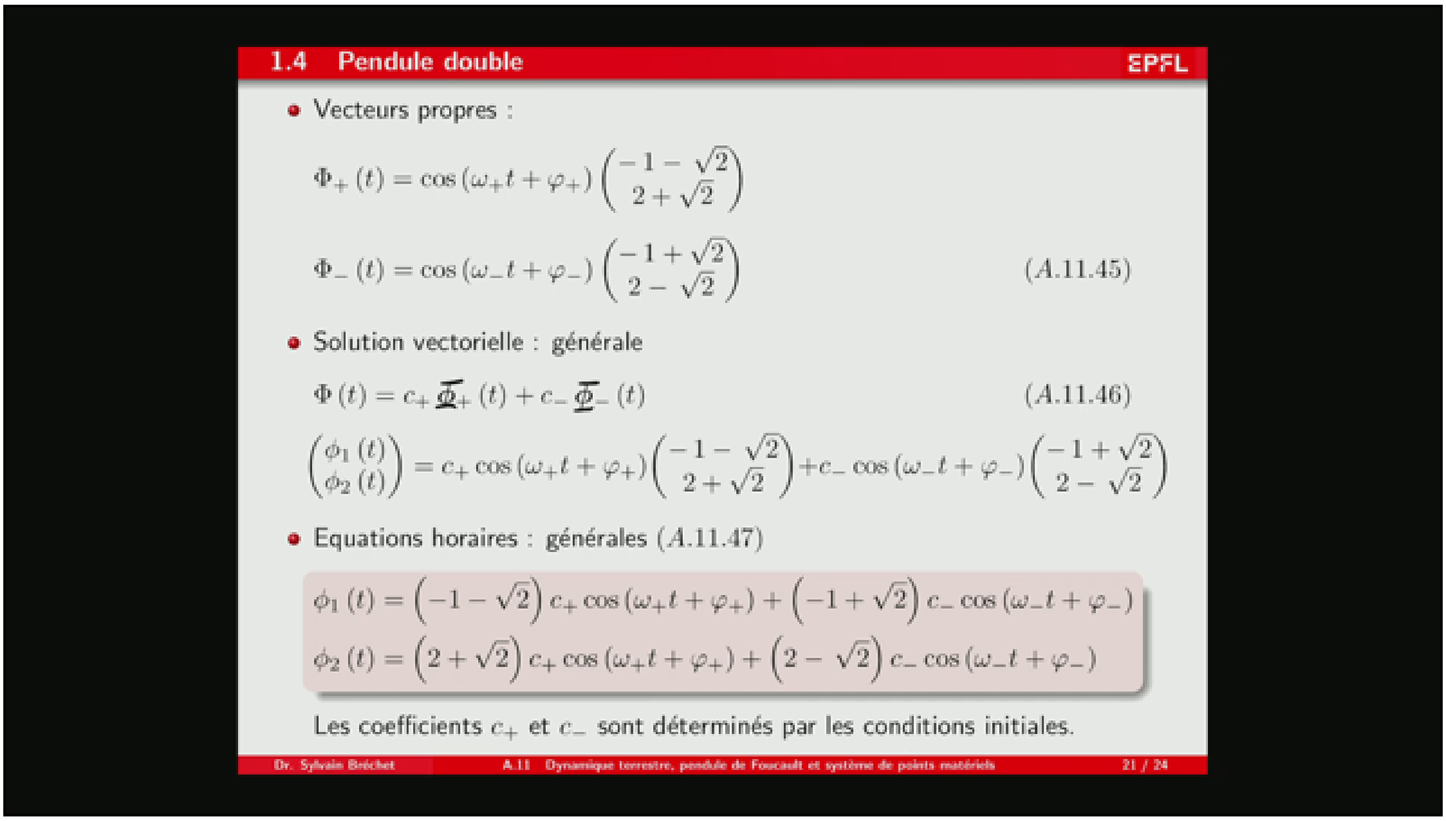


ont un vecteur propre, c'est un vecteur qui est envoyé sur un multiple de lui-même par un application linéaire, nous ne vous disons rien sur la norme du vecteur. C'est le l'orientation qui compte, donc l'information que vous avez sur le vecteur est

notes

résumé

29m 2s

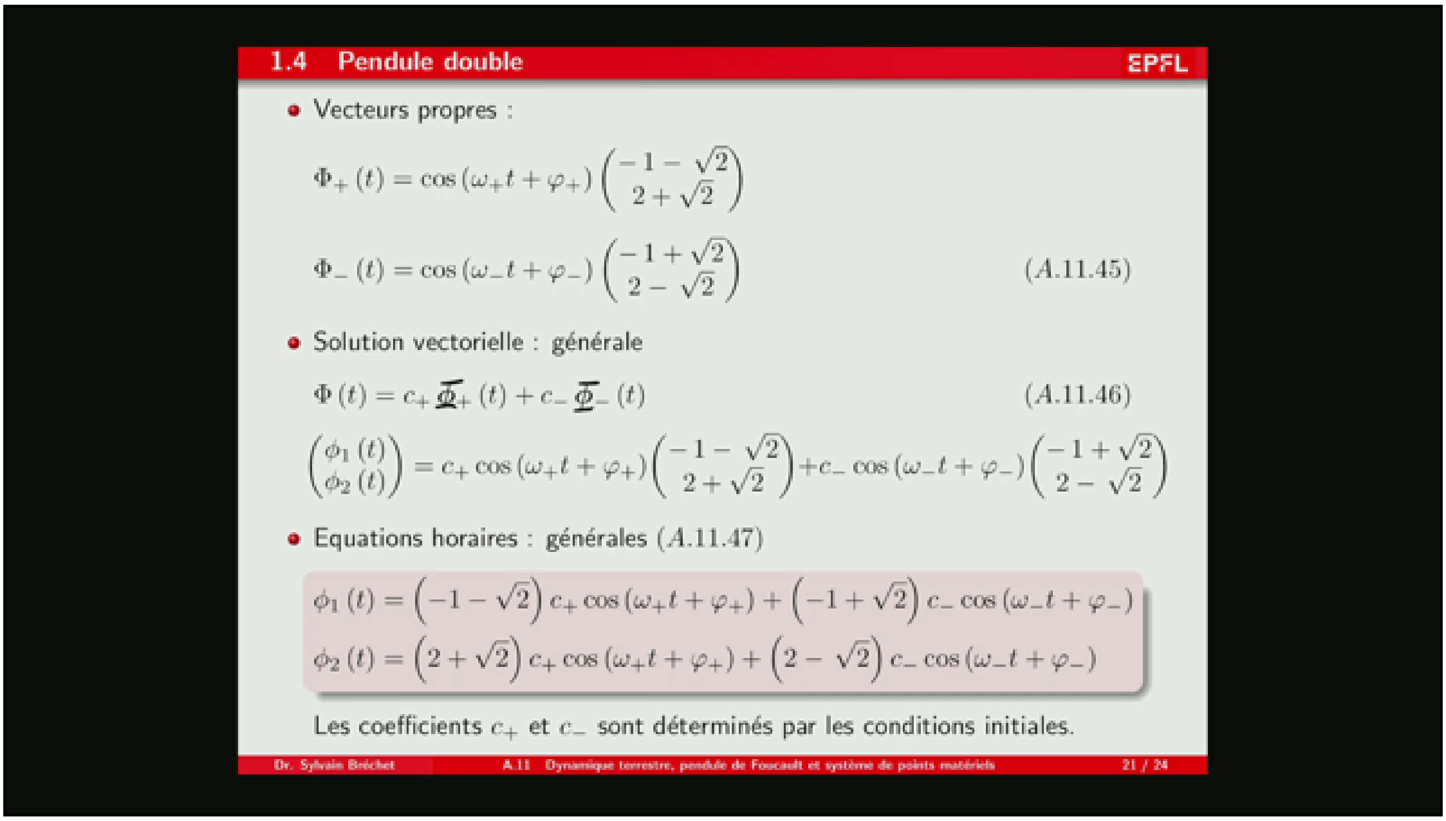


ratio des composants. C'est ce qui ressortira de cette analyse. Okay? Donc nous reprendre notre équation avec des valeurs propres. Nous remplaçons notre variable explicitement. Nous avons les valeurs propres qui sont exprimées en termes de Ratio de g-surels. Okay? Si nous le remplaçons, nous nous retrouvons enfin face à une matrice. Dans chaque terme, nous avons un g-surel que nous pouvons Mettez dans l'évidence. Nous avons donc une matrice 2-2 avec des nombres, d'accord? qui agit ici sur notre vecteur propre dont les composantes sont phi plus ou moins 1 et phi plus ou moins 2. En fait, il y a deux vecteurs propres, un vecteur propre pour le plus, un vecteur propre Pour le moins. Et nous pouvons donc écrire le résultat de ce système matriciel comme deux équations que nous avons vues ici. Okay? Vous pouvez tirer de ces équations rapport de phi plus ou moins 1 sur phi plus ou moins 2. Vous pouvez obtenir ce comme la première équation, avec la seconde. Si vous jouez avec les chiffres, c'est plus ou moins, vous verrez que c'est le même résultat. Okay? C'est la même chose. Nous allons prendre ici, nous allons prédire la deuxième écriture. Okay? Si nous faisons cela, nous serons en mesure d'écrire que si nous avons un vecteur propre, par exemple, le plus et le moins, nous pouvons mettre comme premier composant moins ou moins la racine carrée de 2 et comme deuxième composant, 2 plus la racine carrée de 2. Pour le vecteur phi moins, nous aurons moins ou moins la racine carrée de 2 et 2 moins la racine carrée de 2. C'est exactement ce qui a été écrit ici. Vous avez l'évolution des vecteurs propres C'est donné ici. Okay? Ces vecteurs propres feront une évolution à temps pour être interprété par un cosinus d'oméga t plus phi, où l'oméga est précisément la valeur propre, plus ou moins, et nous avons

notes

résumé

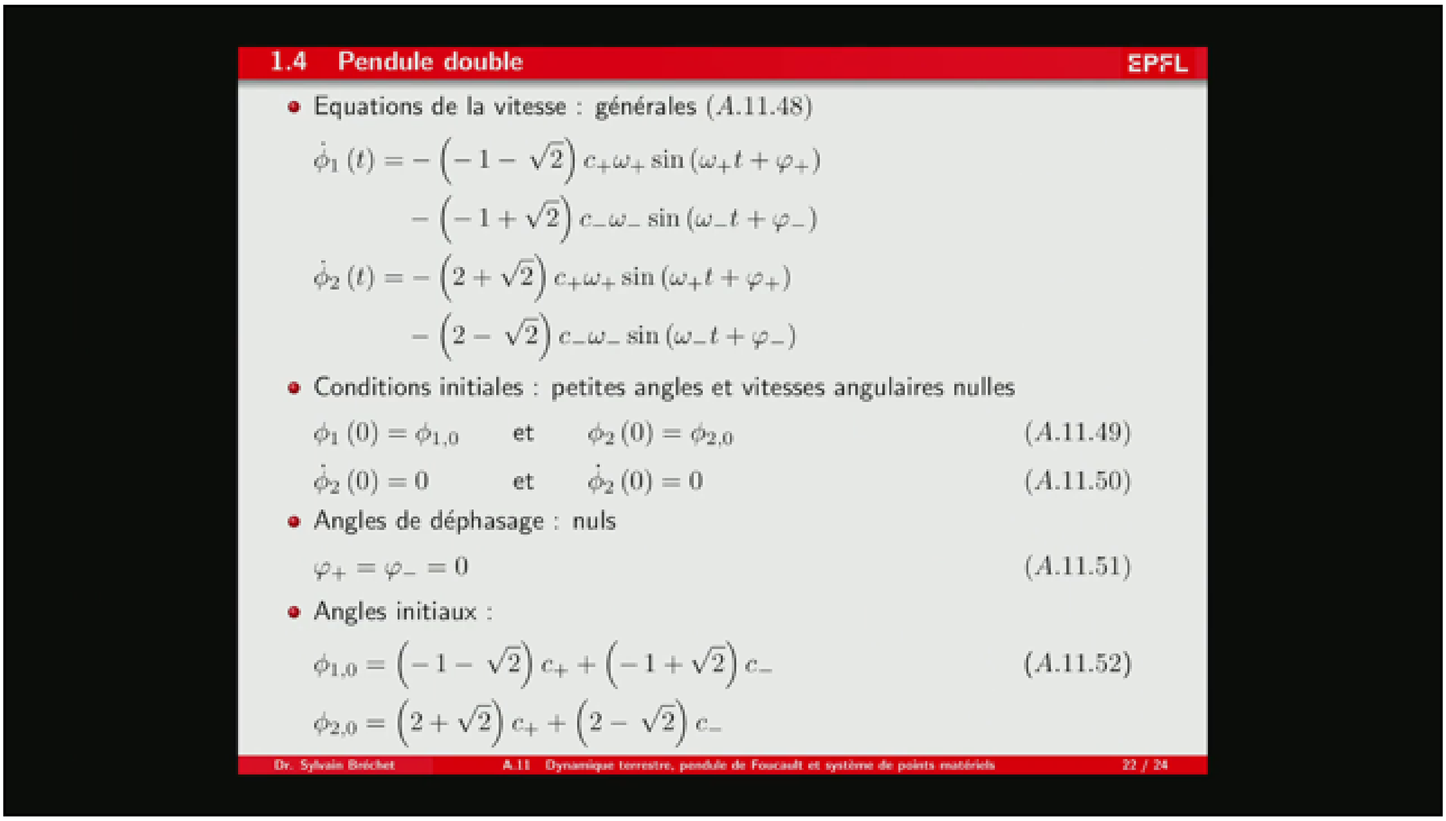
29m 27s



aussi une pente de phases qui sont plus ou moins. Et le rapport ici des composantes de ces deux vecteurs ont été calculés juste avant l'équation A1144. Maintenant, la solution vectorielle générale au problème est une somme de solutions, une combinaison linéaire de solutions particulières. C'est donc un coefficient, c'est plus de fois le premier vecteur propre plus un coefficient, c'est moins de fois le deuxième vecteur propre. Je vois que j'ai oublié de mettre quelques

notes

résumé

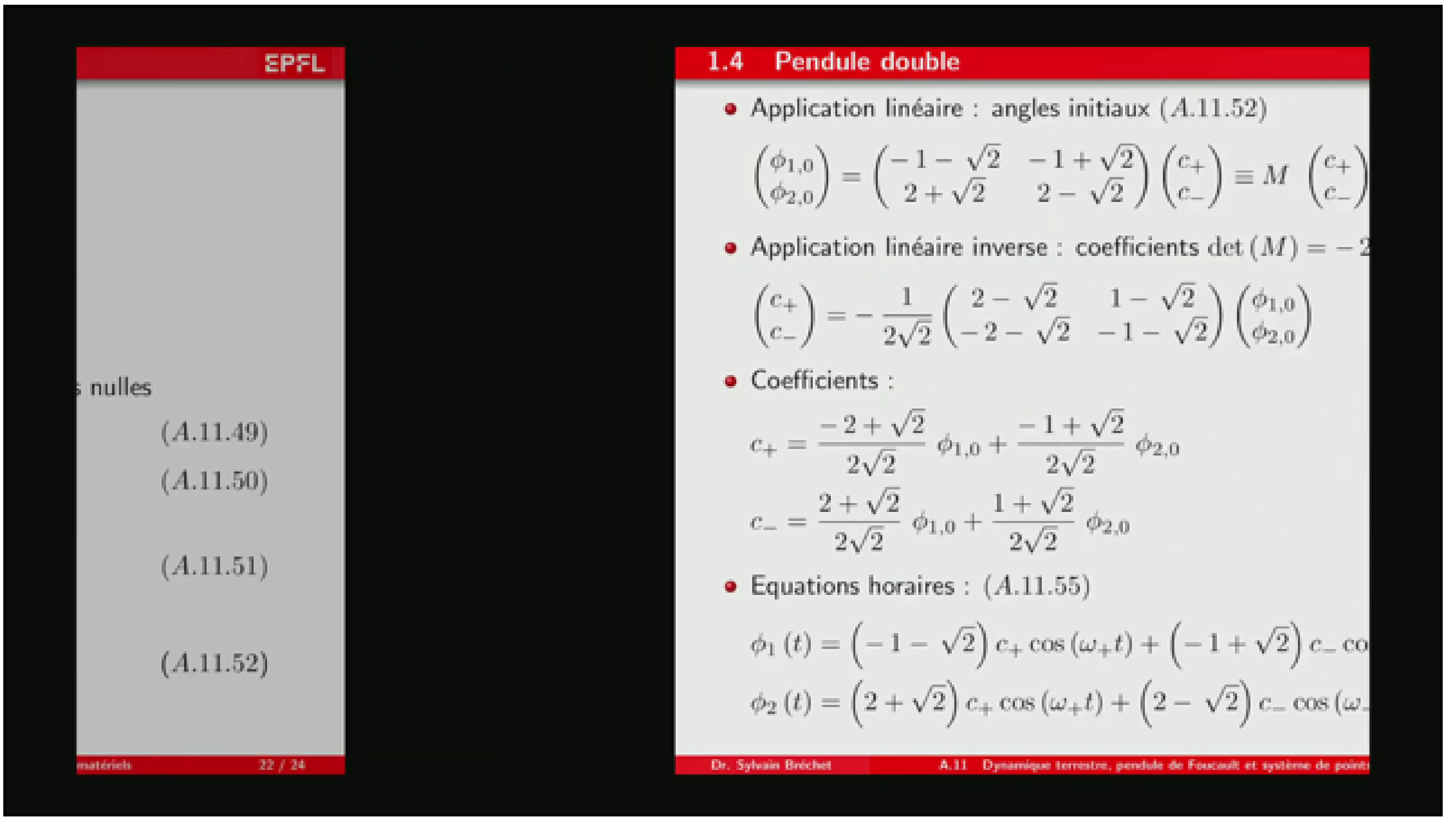


Voici l'écriture matricielle.

notes

résumé

32m 25s



Nous voulons inverser cette application linéaire pour trouver c plus et c moins

notes

résumé

32m 45s

1.4 Pendule double

EPFL

- Application linéaire : angles initiaux $(A.11.52)$

$$\begin{pmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{2,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1-\sqrt{2} & -1+\sqrt{2} \\ 2+\sqrt{2} & 2-\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_+ \\ c_- \end{pmatrix} \equiv M \begin{pmatrix} c_+ \\ c_- \end{pmatrix}$$

- Application linéaire inverse : coefficients $\det(M) = -2\sqrt{2}$

$$\begin{pmatrix} c_+ \\ c_- \end{pmatrix} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2-\sqrt{2} & 1-\sqrt{2} \\ -2-\sqrt{2} & -1-\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{1,0} \\ \phi_{2,0} \end{pmatrix} \qquad (A.11.53)$$

- Coefficients :

$$\begin{aligned} c_+ &= \frac{-2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0} \\ c_- &= \frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0} \end{aligned} \qquad (A.11.54)$$

- Equations horaires : $(A.11.55)$

$$\begin{aligned} \phi_1(t) &= \left(-1-\sqrt{2}\right) c_+ \cos(\omega_+ t) + \left(-1+\sqrt{2}\right) c_- \cos(\omega_- t) \\ \phi_2(t) &= \left(2+\sqrt{2}\right) c_+ \cos(\omega_+ t) + \left(2-\sqrt{2}\right) c_- \cos(\omega_- t) \end{aligned}$$

Dr. Sylvain Bréchet — A.11 Dynamique terrestre, pendule de Foucault et système de points matériels — 23 / 24

en fonction de phi 1, 0 et phi 2, 0.

notes

résumé

34m 13s

1.4 Pendule double

EPFL

- Equations horaires : $(A.11.56)$

$$\phi_1(t) = \left(-1-\sqrt{2}\right)\left(\frac{-2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_+ t)$$
$$+ \left(-1+\sqrt{2}\right)\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_- t)$$
$$\phi_2(t) = \left(2+\sqrt{2}\right)\left(\frac{-2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_+ t)$$
$$+ \left(2-\sqrt{2}\right)\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_- t)$$

- Equations horaires : $(A.11.57)$

$$\phi_1(t) = \frac{1}{4}\left(2\phi_{1,0} - \sqrt{2}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_+ t) + \frac{1}{4}\left(2\phi_{1,0} + \sqrt{2}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_- t)$$
$$\phi_2(t) = \frac{1}{2}\left(\phi_{2,0} - \sqrt{2}\,\phi_{1,0}\right)\cos(\omega_- t) + \frac{1}{2}\left(\phi_{1,0} + \sqrt{2}\,\phi_{1,0}\right)\cos(\omega_- t)$$

Dr. Sylvain Bréchet — A.11 Dynamique terrestre, pendule de Foucault et système de points matériels — 24 / 24

Nous avons donc une matrice ici, qui est une matrice 2, 2 que nous voulons inverser. Nous devons calculer rapidement son déterminant. Si vous faites l'exercice, vous voyez qu'il est moins 2 fois la racine de 2. Donc, la matrice inverse est 1 sur le déterminant de la matrice au début. Vous prenez les coefficients ici, vous permutez le coefficient A avec le coefficient D et multipliez les coefficients sans diagonales par moins 1, que vous laissez tomber sur la matrice inverse ici. Cela nous permet de trouver les coefficients c plus et c moins en termes de phi 1 plus et phi 2 plus. Nous avons maintenant les équations d'ordre général. Nous avons c plus, nous avons c moins en termes de phi 1 plus et phi 2 plus. Nous les substituons donc pour écrire les équations d'ordre en termes d'angles initiaux. Si on fait ça, c'est pour ça que je ne te fais pas tout écrire parce qu'il y a encore beaucoup de choses à noter, nous nous trouvons avec les équations d'ordre que vous voyez ici. Ces équations d'ordre peuvent être simplifiées un peu. C'est ce que nous allons faire ensemble. Si on les simplifie, on arrive à une écriture très agréable et très synthétique qui nous donne l'évolution en termes de nos angles phi 1 et phi 2 en termes de vitesses angulaires liées au vecteur de sa propre valeur que nous venons de calculer et aussi en termes d'angles initiaux. Et ce que nous trouvons, c'est que phi 1 de t est un quart de 2 phi 1 0 moins la racine de 2 fois phi 2 0, ce qui multiplie le cosinus d'oméga plus t plus un quart de 2 phi 1 0 plus la racine carrée de 2 phi 2 0. C'était un moins avant, c'est un plus maintenant, ce qui multiplie le cosinus de l'oméga moins t. Et puis pour le second

notes

résumé

34m 14s

1.4 Pendule double

EPFL

- Equations horaires : $(A.11.56)$

$$
\begin{aligned}
\phi_1(t) &= \left(-1-\sqrt{2}\right)\left(\frac{-2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0}+\frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos\left(\omega_+ t\right)\\
&\quad+\left(-1+\sqrt{2}\right)\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0}+\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos\left(\omega_- t\right)\\
\phi_2(t) &= \left(2+\sqrt{2}\right)\left(\frac{-2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0}+\frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos\left(\omega_+ t\right)\\
&\quad+\left(2-\sqrt{2}\right)\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0}+\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}\right)\cos\left(\omega_- t\right)
\end{aligned}
$$

- Equations horaires : $(A.11.57)$

$$\phi_1(t) = \frac{1}{4}\left(2\phi_{1,0}-\sqrt{2}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_+ t)+\frac{1}{4}\left(2\phi_{1,0}+\sqrt{2}\,\phi_{2,0}\right)\cos(\omega_- t)$$

$$\phi_2(t) = \frac{1}{2}\left(\phi_{2,0}-\sqrt{2}\,\phi_{1,0}\right)\cos(\omega_- t)+\frac{1}{2}\left(\phi_{2,0}+\sqrt{2}\,\phi_{1,0}\right)\cos(\omega_- t)$$

Dr. Sylvain Bréchet — A.11 Dynamique terrestre, pendule de Foucault et système de points matériels — 24 / 24

angle, son évolution temporelle, phi 2 de t, sera de 1,5 de phi 2 0 moins la racine de 2 fois phi 1 0, ce qui multiplie le cosinus d'oméga moins t plus la moitié de phi 2 0 plus la racine carrée de 2 fois phi 1 0, ce qui multiplie le cosinus de l'oméga moins t. Première réflexion rapide pour savoir s'il n'y a pas de mauvais calcul. Voyons ce qui se passe si t est votre 0. Si t est votre 0, le cosinus de t est 1. Si nous prenons la première ligne, nous devrions trouver phi 1 0 dans le côté droit. Mais nous avons un quart de 2 fois phi 1 0, ce qui est la moitié de phi 1 0, plus un quart de 2 fois phi 1 0, qui est aussi la moitié de phi 1 0, qui est la moitié de phi 1 0. Sur la deuxième ligne, si t est votre 0, le cosinus de t est 1, et il restera 2 fois la moitié de phi 2 0, soit phi 2 0. Après cette description assez complexe des équations des racines qui surgissent partout,

notes

résumé

- Application linéaire : angles initiaux $(A.11.52)$

$$\begin{pmatrix}\phi_{1,0}\\ \phi_{2,0}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1-\sqrt{2} & -1+\sqrt{2}\\ 2+\sqrt{2} & 2-\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_+\\ c_-\end{pmatrix} \equiv M\begin{pmatrix}c_+\\ c_-\end{pmatrix}$$

- Application linéaire inverse : coefficients $\det(M) = -2\sqrt{2}$

$$\begin{pmatrix}c_+\\ c_-\end{pmatrix} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix}2-\sqrt{2} & 1-\sqrt{2}\\ -2-\sqrt{2} & -1-\sqrt{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\phi_{1,0}\\ \phi_{2,0}\end{pmatrix} \qquad (A.11.53)$$

- Coefficients :

$$c_+ = \frac{-2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0}$$
$$c_- = \frac{2+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{1,0} + \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\,\phi_{2,0} \qquad (A.11.54)$$

- Equations horaires : $(A.11.55)$

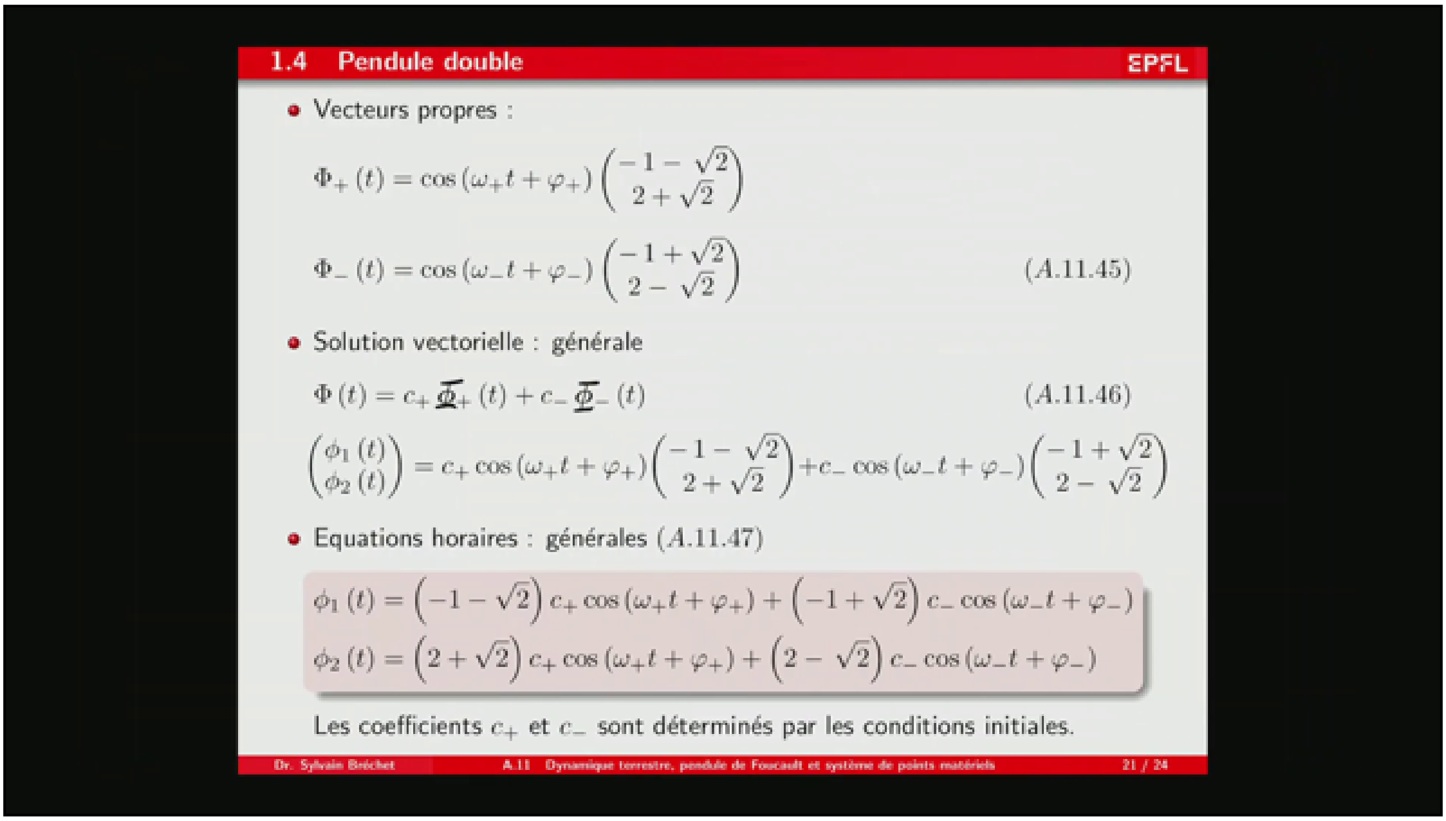
$$\phi_1(t) = \left(-1-\sqrt{2}\right)c_+\cos(\omega_+ t) + \left(-1+\sqrt{2}\right)c_-\cos(\omega_- t)$$
$$\phi_2(t) = \left(2+\sqrt{2}\right)c_+\cos(\omega_+ t) + \left(2-\sqrt{2}\right)c_-\cos(\omega_- t)$$

nous arrivons enfin à quelque chose d'assez synthétique, d'assez beau et d'assez clair.

notes

résumé

37m 49s

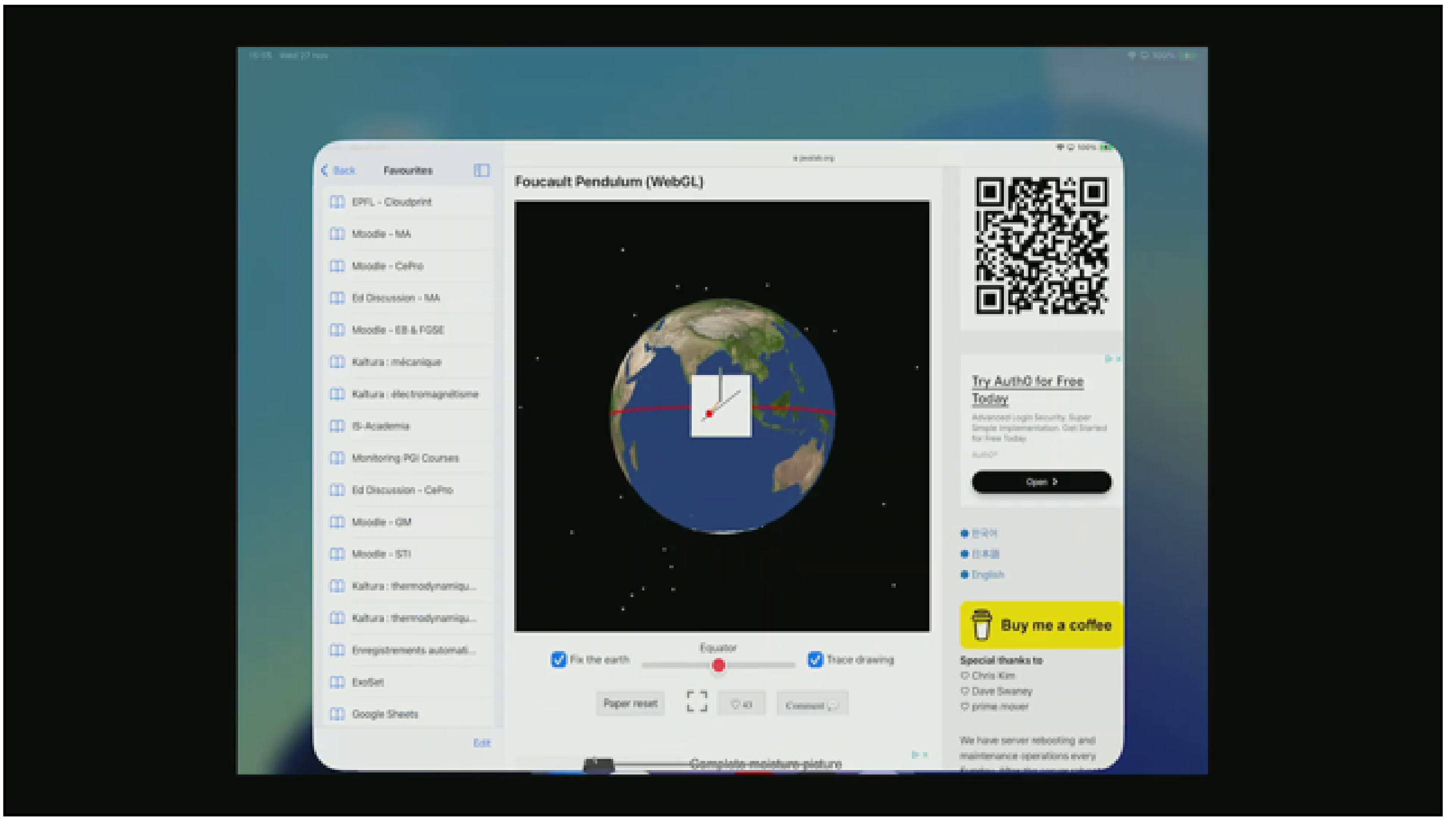


Je vous rappelle juste rapidement que les oméga plus et oméga moins ont été donnés par les formules suivantes, Les voicings. Ce sont les modifications de la racine de g sur l, En raison du fait que nous avons deux pendules. Nous avons un pré-facteur, qui va être la racine carrée de 2, plus ou moins la racine carrée de 2. Ce pré-facteur change pour l'un et l'autre et pour l'autre, mais il est basé sur la structure de la racine de g sur l. Oui, donc c'est symbolique, donc plus ou moins, c'est un plus ci-dessus, un moins ci-dessous, plus ou moins, c'est un moins au-dessus, un plus au-dessous. Donc, typiquement, si nous prenons, par exemple, merci de poser cette question, Théa, si nous prenons l'équation qui est ici, si vous prenez le cas de la valeur pure plus, vous aurez ici plus, vous prenez la partie supérieure, et il se traduira par la fraction qui est ici, par un moins, Ci-dessous un plus. Il y a une alternance, d'accord? Il vous permet de traiter ces deux cas de figures en une seule fois pour éviter de les répéter deux fois, le même calcul, signifié. Okay? a condense un peu l'écriture.

notes

résumé

38m 1s

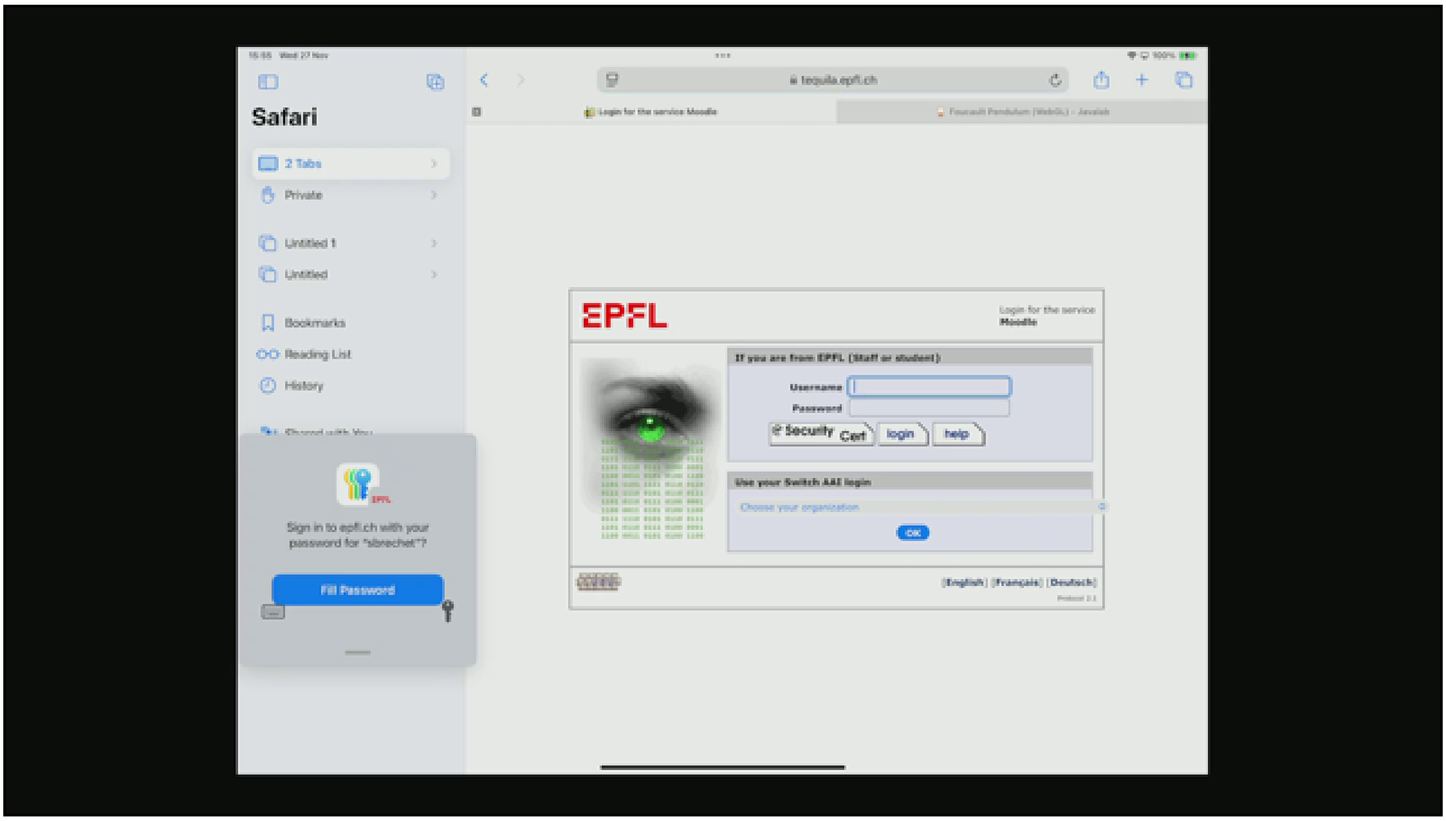


Je voulais donc vous montrer ce résultat pour vous dire qu'il est intéressant de voir qu'un problème d'une apparence aussi simple peut être traité, eh bien, ce n'est toujours pas aussi simple que cela à la fin, et peut être traité avec l'algèbre. Donc, vous voyez que l'algèbre est très importante pour résoudre des problèmes physiques. C’était l’une des motivations pour faire cet exercice. Le but n'est pas que vous ayez un problème aussi difficile que l'examen, Je tiens à vous rassurer tout de suite, il n'y aura pas de matrice pour diagonaliser l'examen. Mais ce n'est pas parce que nous ne faisons pas l'examen, que ce n'est pas intéressant à faire, et que ce n'est pas intéressant à voir. Okay? J'aimerais terminer ce cours sur un commentaire. Il y a un projet pilote du Centre pour l'enseignement, le CAP, qui enregistre maintenant les cours d'une part, mais les transcrit automatiquement. Alors peut-être que vous êtes curieux et vous l'avez remarqué, Sinon, je vous le montrerai rapidement.

notes

résumé

39m 19s

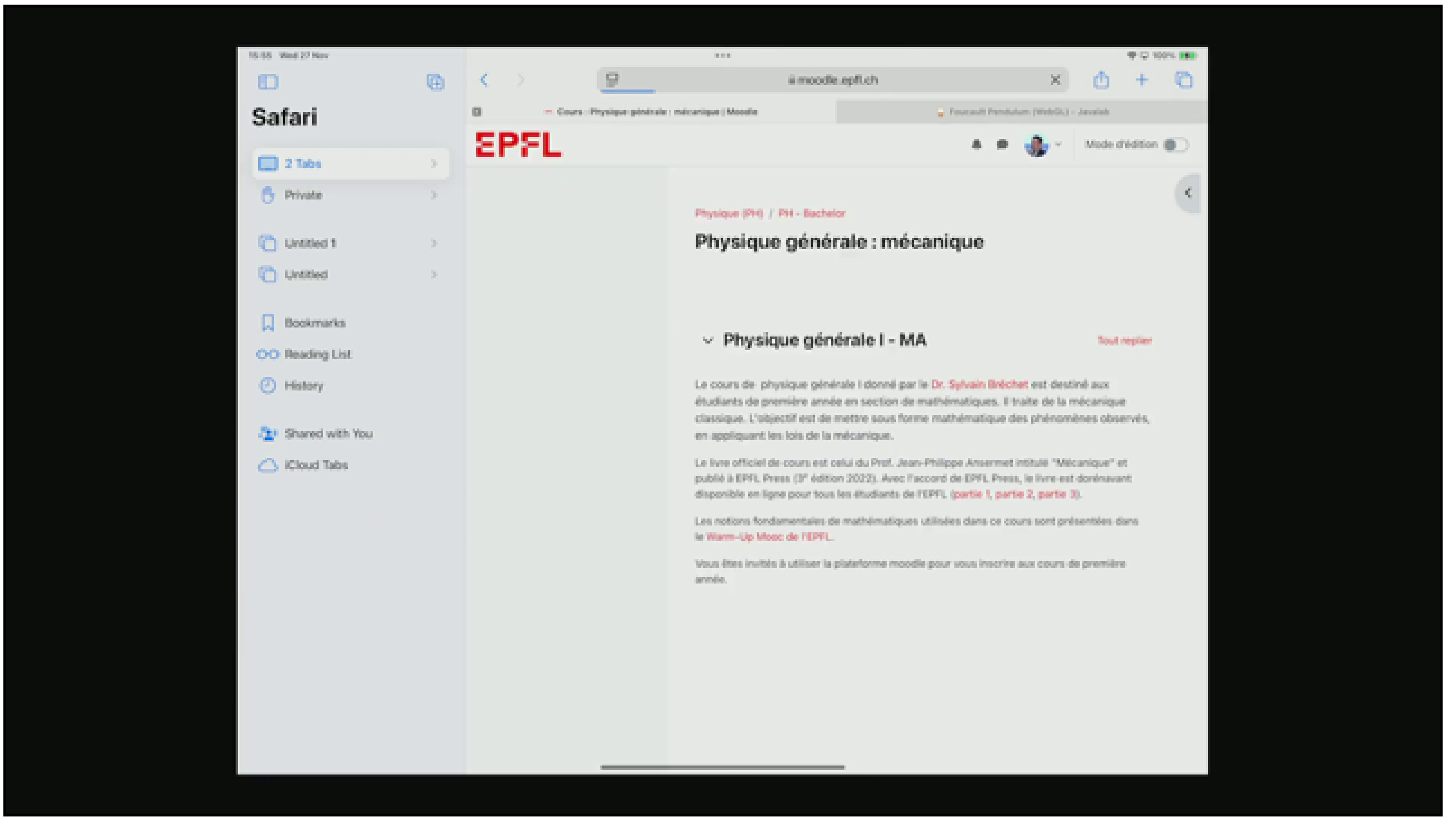


Si vous allez sur le site modèle du cours,

notes

résumé

40m 13s

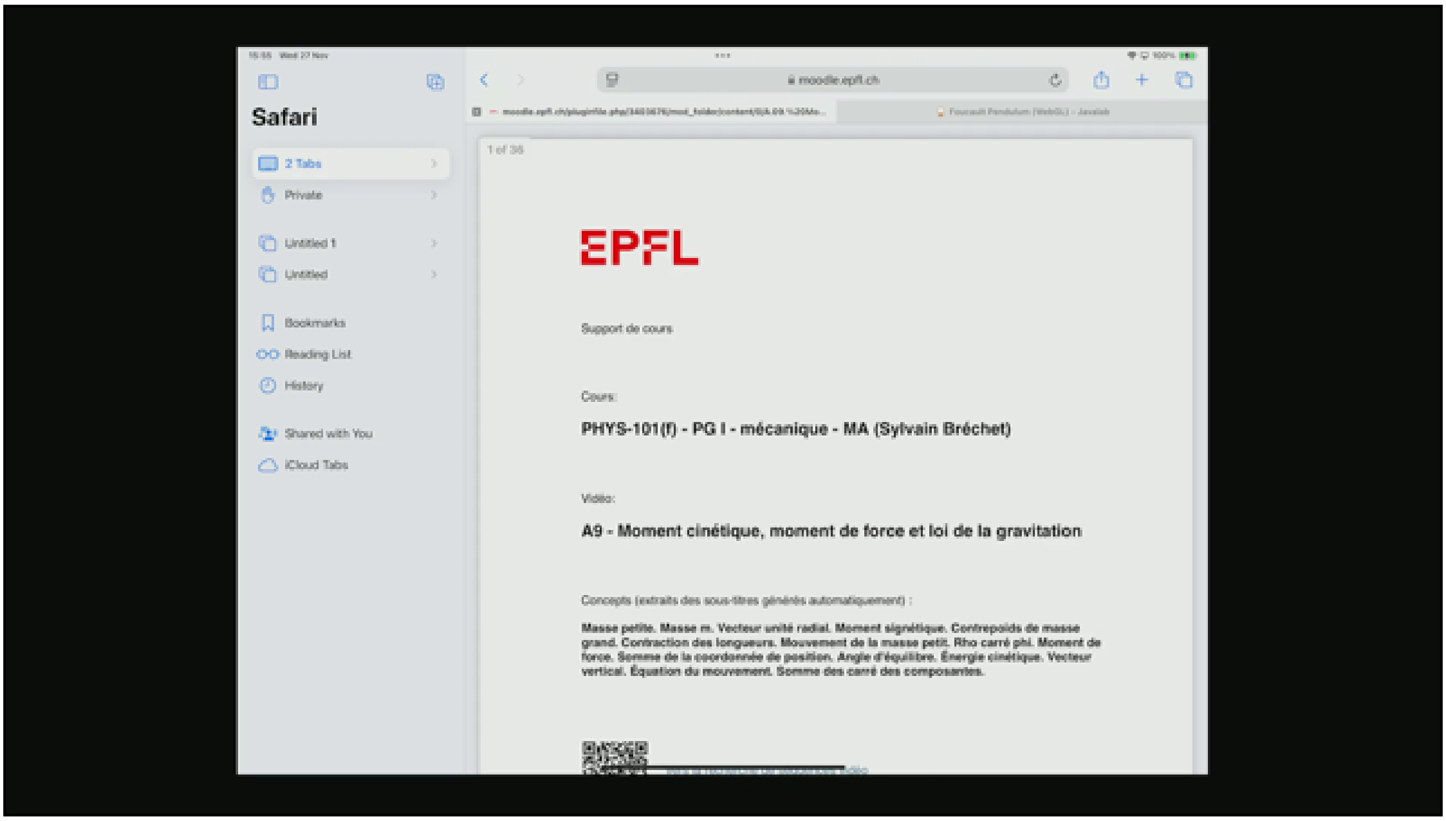


Cliquez sur un petit moteur de recherche.

notes

résumé

40m 23s

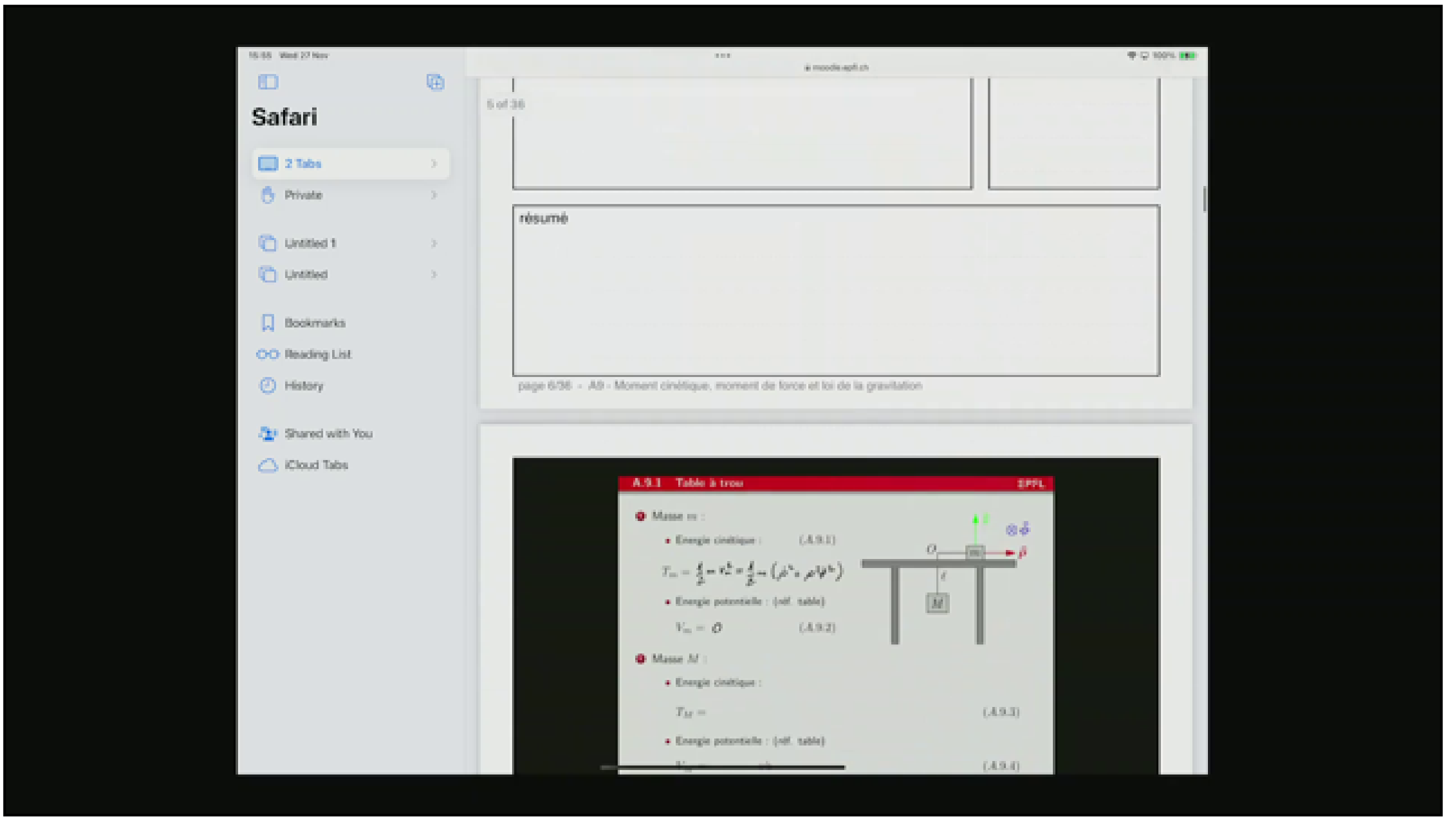


S'il veut s'ouvrir, cela prend un peu de temps.

notes

résumé

40m 26s

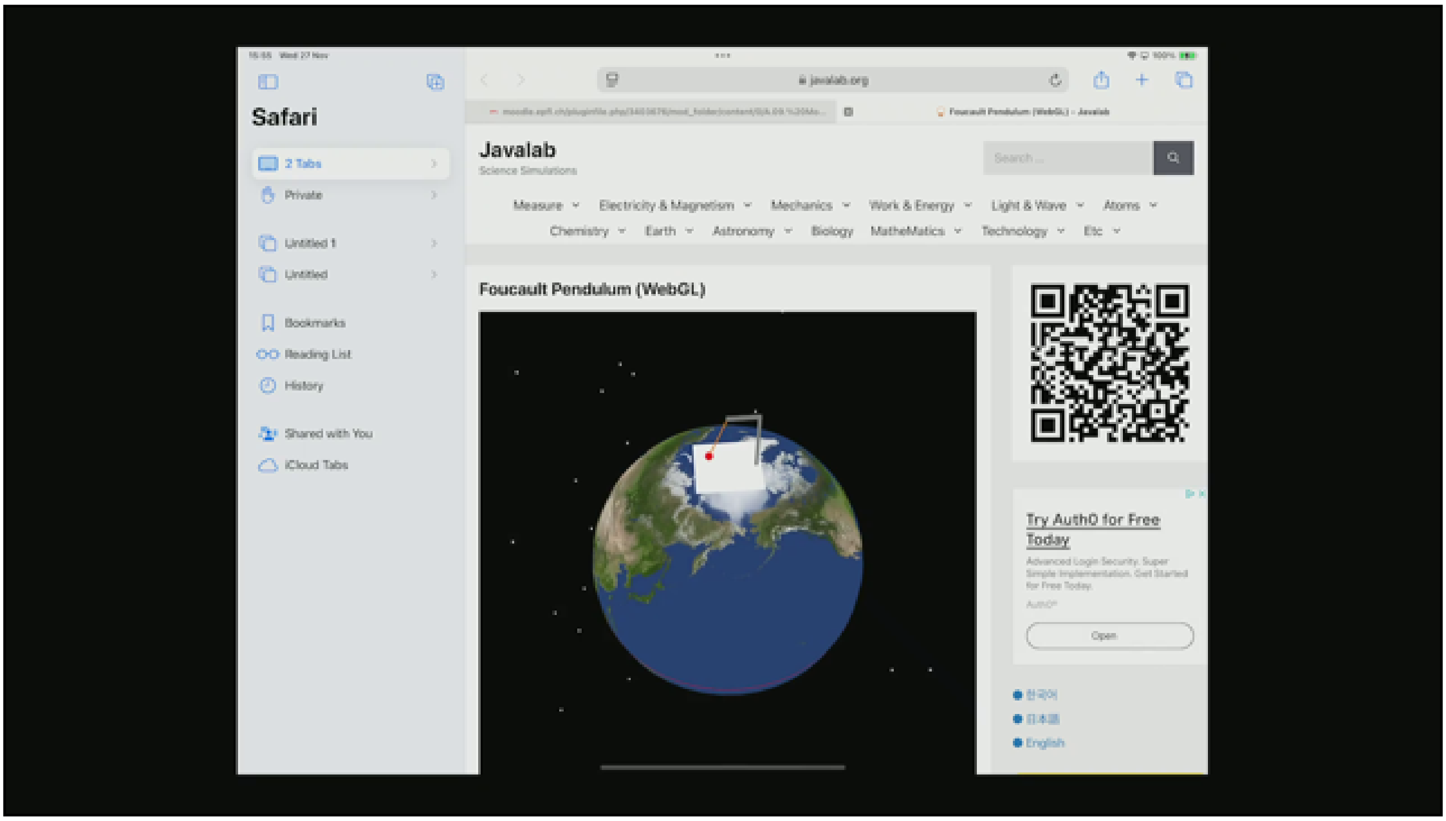


Cherchons le mot pendule.

notes

résumé

40m 48s

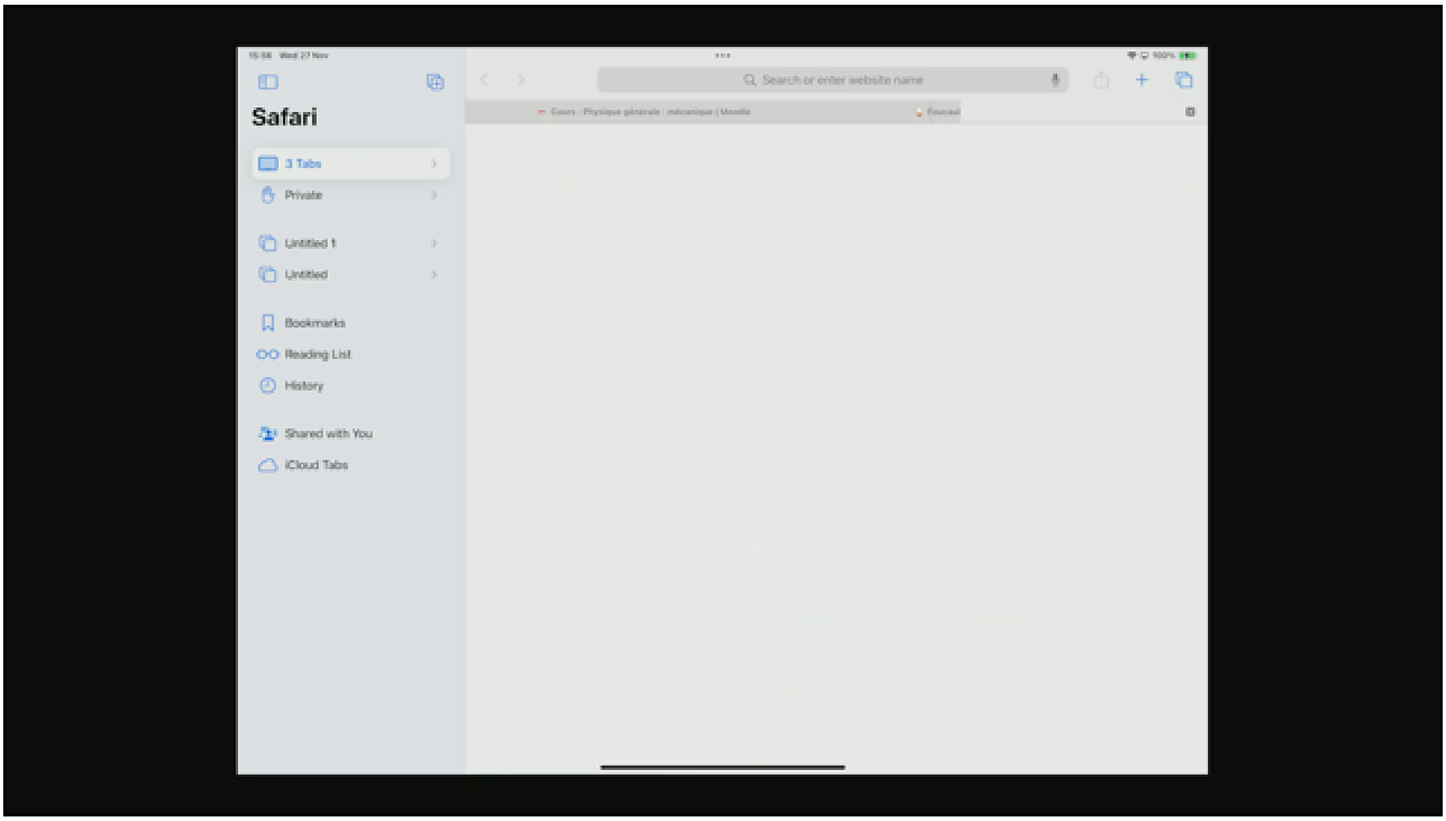


Que va faire le moteur de recherche?

notes

résumé

40m 55s

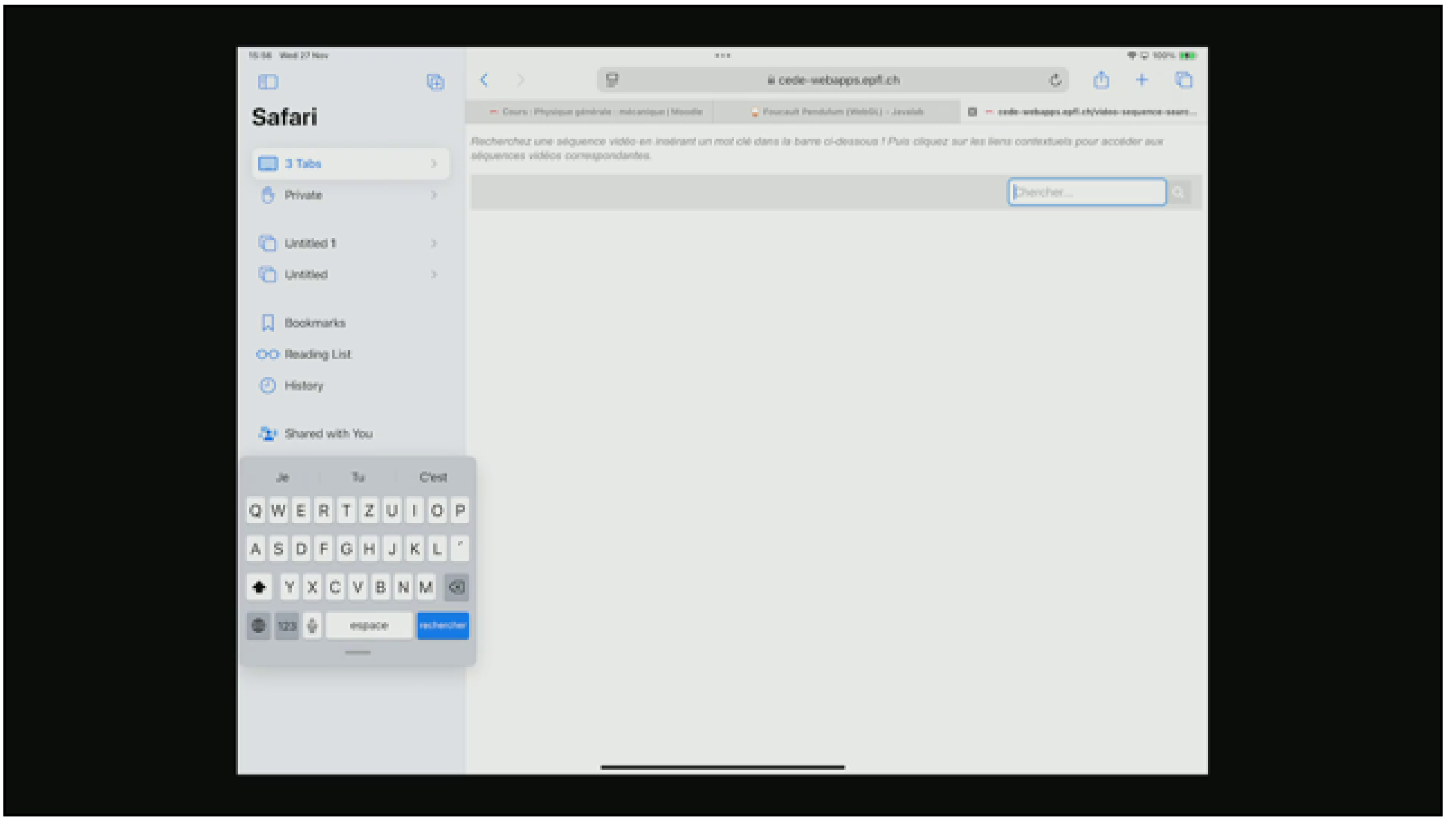


Eh bien, il vous donnera toutes les diapositives sur lesquelles vous pouvez cliquer

notes

résumé

41m 6s

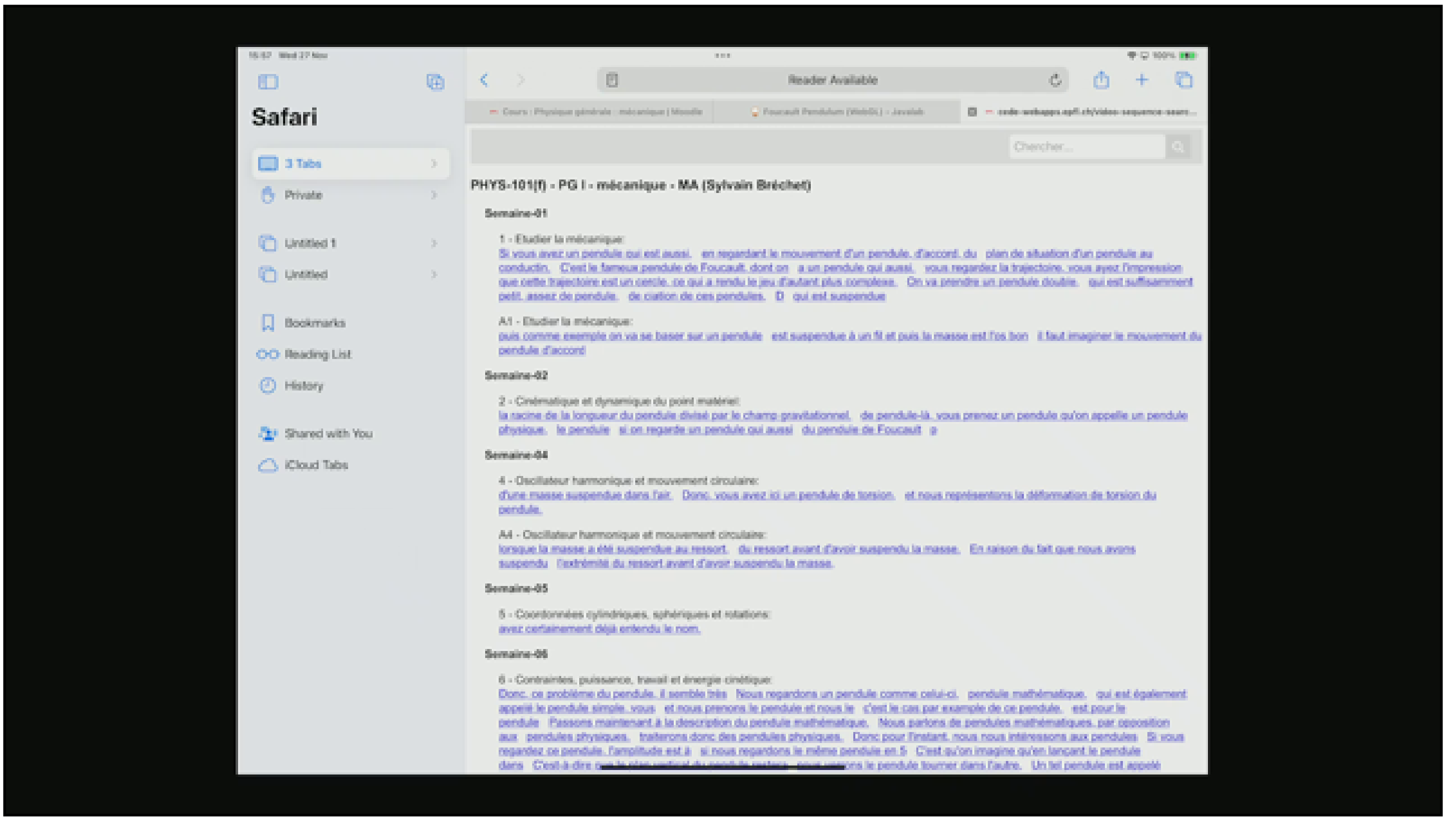


Par chapitre où j'ai parlé du pendule où le pendule a été prononcé.

notes

résumé

41m 25s

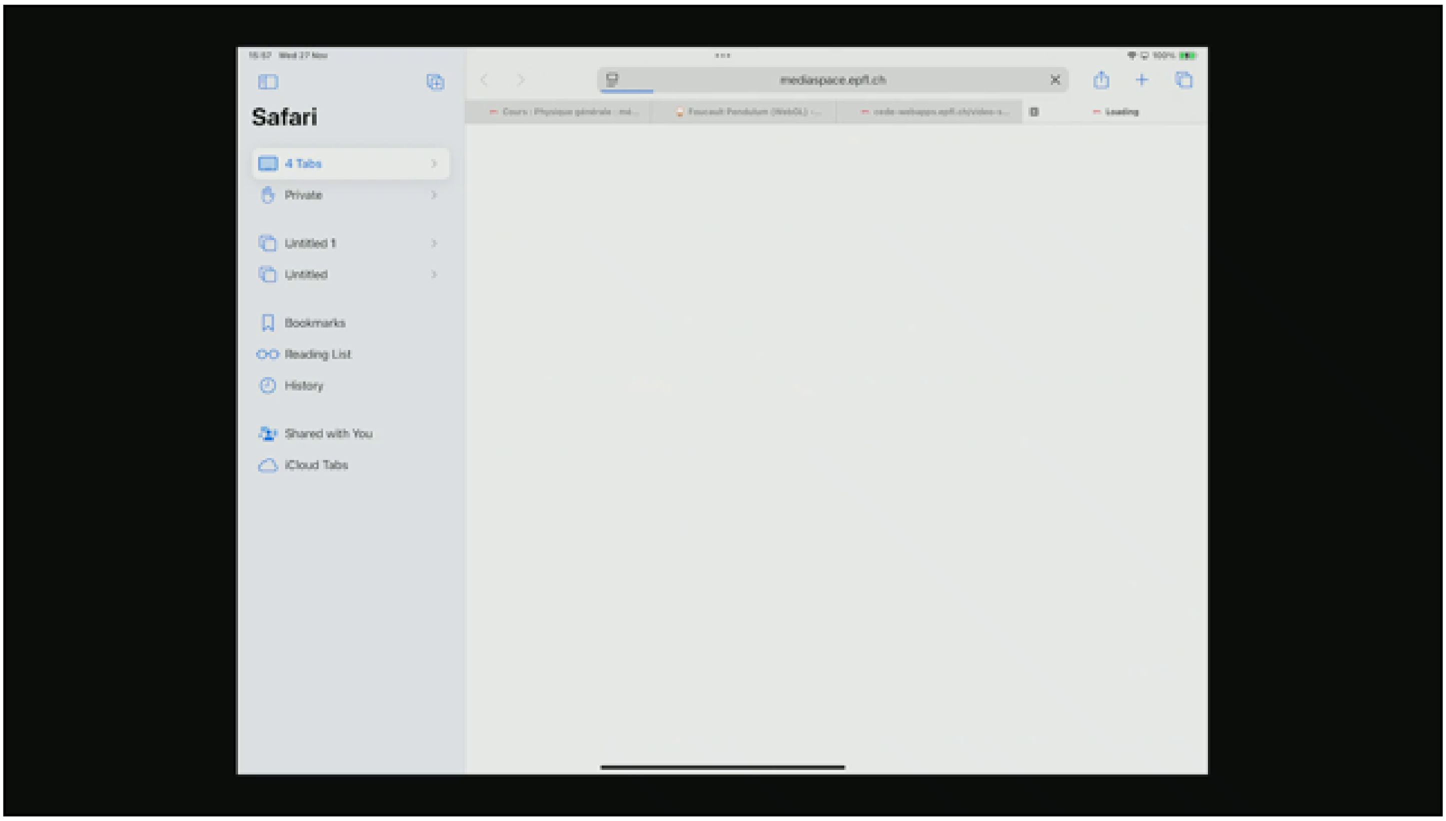


Alors qu'est-ce qui vous permet d'une manière thématique de chercher des informations où elles sont. Franchement, ce n'est pas si mal. Et donc, comme il a été développé, je l'ai mis à votre disposition. Et dès que je reçois les vidéos qui ont été traitées, Je les mettrai à votre disposition sur le site afin que vous puissiez y accéder. Okay? Donc apparemment, vous y êtes. Tu vois?

notes

résumé

41m 35s

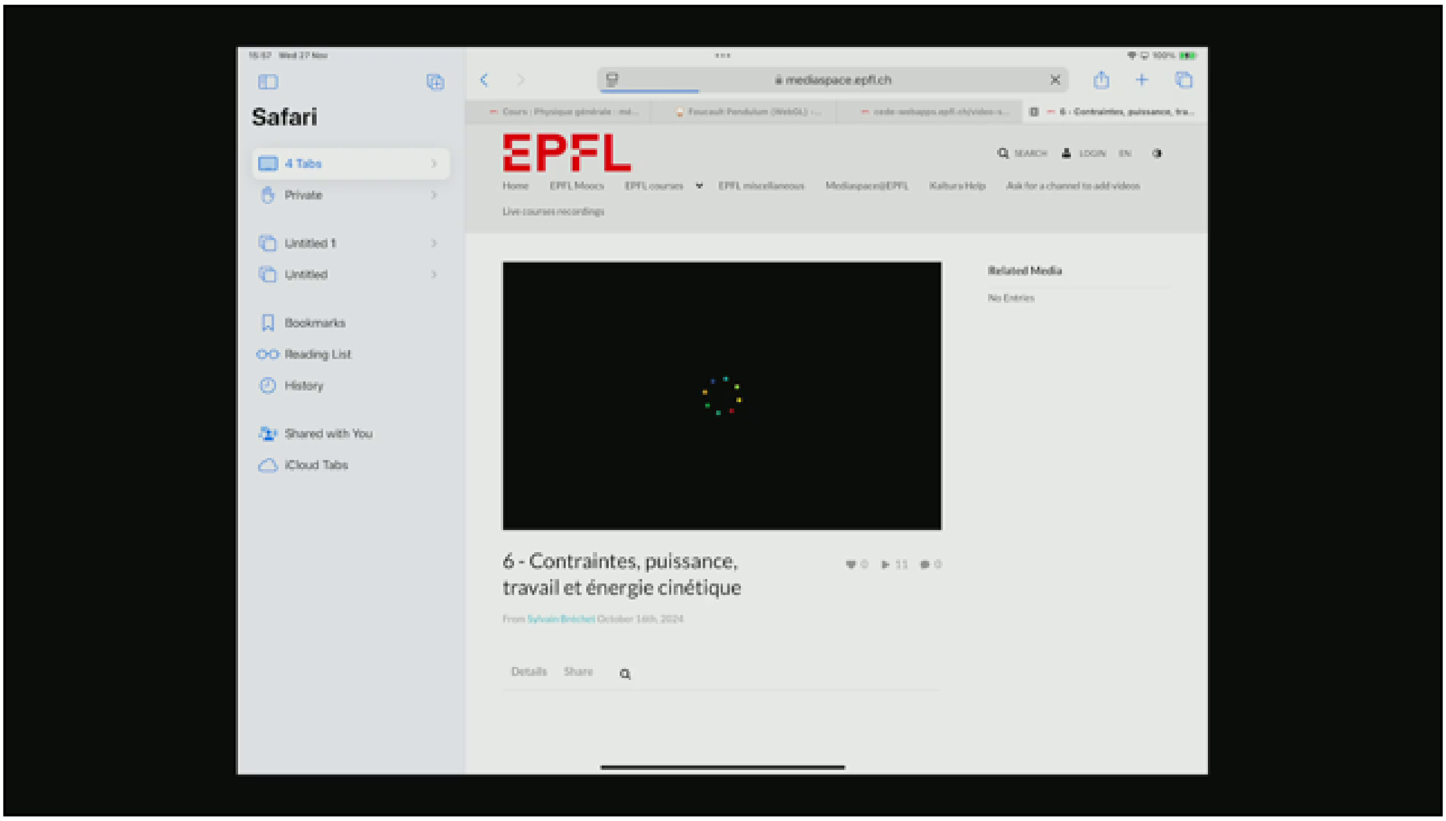


Nous avons le résultat. En général, la semaine la plus intéressante était la semaine 6. Okay? Et si nous prenons, par exemple, un pendule comme celui-ci s'appelle un pendule foo-ko, Vous pouvez cliquer dessus.

notes

résumé

42m 17s



Et nous tomberons directement sur la diapositive où j'ai mentionné le pendule foo-ko. Okay? Donc, apparemment, non, cela me donne même un lien sur la couverture. a n'a pas marché. Mais non, j'en ai vu d'autres qui fonctionnaient où il vous amènera directement sur la diapositive de la question. C'est tout. Je vous souhaite une bonne fin de journée. Et n'oubliez pas de commencer à travailler vendredi prochain Je crois que c'est le quatrième, le troisième problème à régler pour la semaine prochaine. C'est tout.

notes

résumé

42m 30s